ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
DE VILANOVA I LA GELTRÚ

ENGINYER TÈCNIC DE TELECOMUNICACIÓ
PLA 1972

ELECTRONICA APLICACIONES

CURSO 1996-1997

CIRCUITOS REALIMENTADOS

PROBLEMAS RESUELTOS

F. Castillo Cobo
J.L. García de Vicuña
F. Guinjoan Gispert
M. López García

UPC

UNIVERSITAT POLITECNICA DE CATALUNYA

ELECTRONICA APLICACIONES

CURSO 1996-1997

CIRCUITOS REALIMENTADOS

PROBLEMAS RESUELTOS

F. Castillo Cobo
J.L. García de Vicuña
F. Guinjoan Gispert
M. López García

PROBLEMA 1.-

El esquema de la figura 1 muestra un oscilador en puente de Wien con posibilidad de variar la frecuencia de oscilación. Se pide:

1) Analice el circuito, encontrando las relaciones fundamentales que permiten deducir su flujograma

2) Encuentre la ganancia de lazo $T(s)$ y deduzca la frecuencia de oscilación y la condición de arranque del oscilador.

3) Dibuje la característica i vs $v^- - v_o$, explique de forma analítica la función de la red no lineal.

4) Para el caso: $\frac{R_e}{R_1} = \frac{C_p}{C}$, deduzca la condición de arranque del oscilador.

5) Para los valores de componentes dados al pie de figura. Encuentre el rango posible de frecuencias de oscilación y verifique la condición de arranque del oscilador.

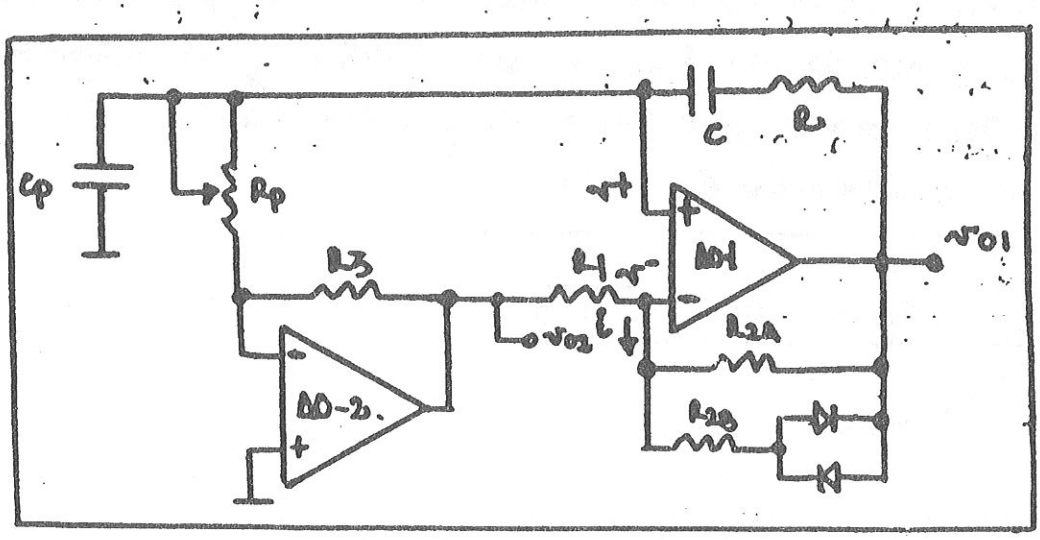


Figura 1

Datos: $C = C_p = 4.7\,mF$, $R_1 = R_2 = R_3 = R = 2.49\,k\Omega$, $R_{2A} = 2.55\,k\Omega$
$R_{2B} = 51.1\,k\Omega$, $1k\Omega < R_p < 10\,M\Omega$.

PROBLEMA 2.-

El flujograma de la figura 2.1 representa el esquema de principio de un oscilador en cuadratura, en el cual se obtienen dos senoides en v_{o1} y v_{o2} desfasadas 90°.

Deduzca:

1) La ganancia de lazo, y la frecuencia de oscilación.

2) Muestre que las señales v_{o1} y v_{o2} están desfasadas 90°.

En la figura 2.2 se muestra un circuito práctico de un oscilador en cuadratura, consistente en un integrador inversor (AO-1) y un integrador no inversor (AO-2), como circuito de base del mismo.

Encuentre el:

3) Su flujograma (para ello deduzca las funciones de transferencia adecuadas).

4) La frecuencia de oscilación

5) En el AO-1, analice el efecto de los diodos D_1 y D_2. Calcule la amplitud máxima de la tensión de salida v_{o1}.

6) Para los datos mostrados en el pie de la figura 2.2. Encuentre el valor de R y C, para conseguir una frecuencia de oscilación de 1 kHz y el valor de R_1 y R_2 para conseguir un margen dinámico de la señal de oscilación de ±10V.

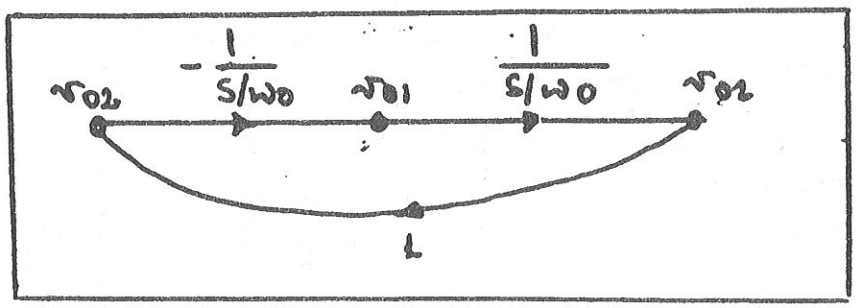


Figura 2.1

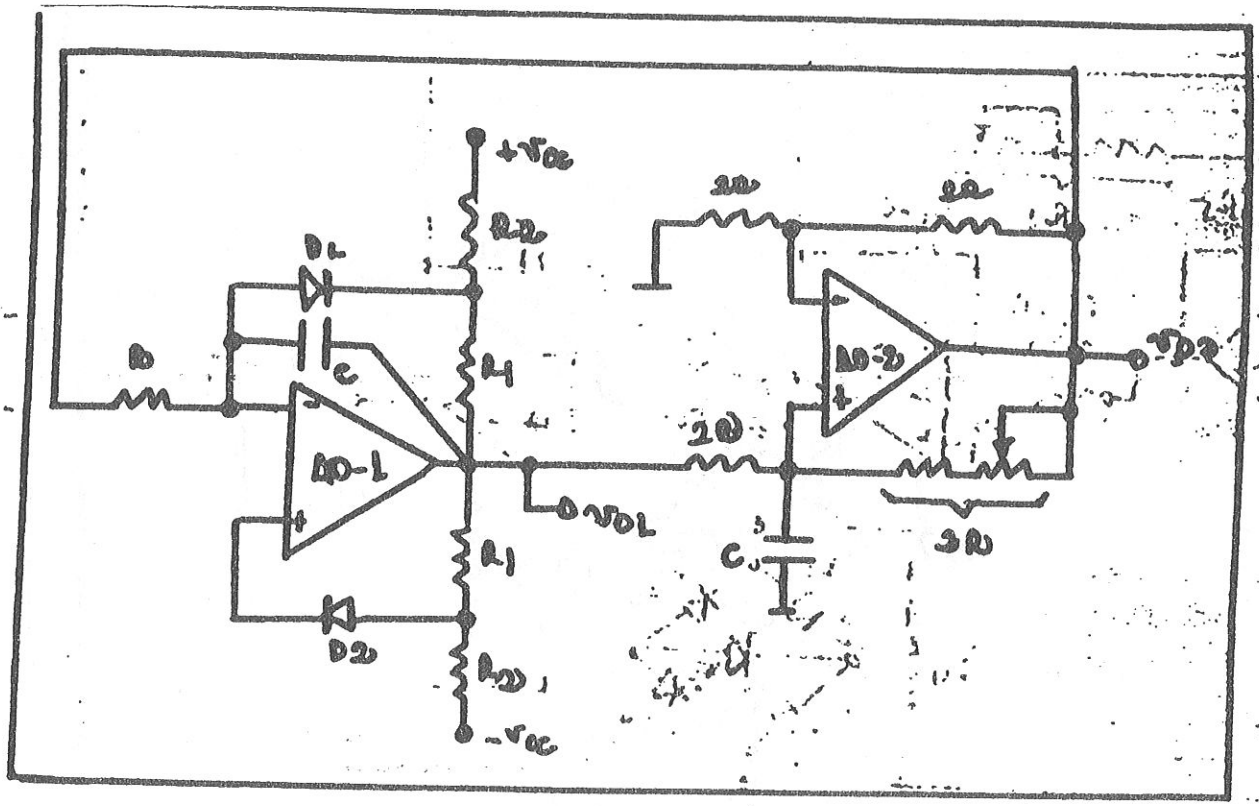


Figura 2.2

Datos: $V_{cc} = 15V$, $V_0 = 0{,}7V$

PROBLEMA 3.-

El circuito de la figura 3 es un oscilador sinusoidal basado en la estructura de un filtro biciadrático.

Se pide:

1) Encuentre el flujograma del mismo (considere R_{in})

2) Deduzca la ganancia de lazo del mismo, la frecuencia de oscilación y la condición de arranque del oscilador.

3) Analice el efecto del puente de diodos y deduzca el límite dinámico de la tensión V_{O2}

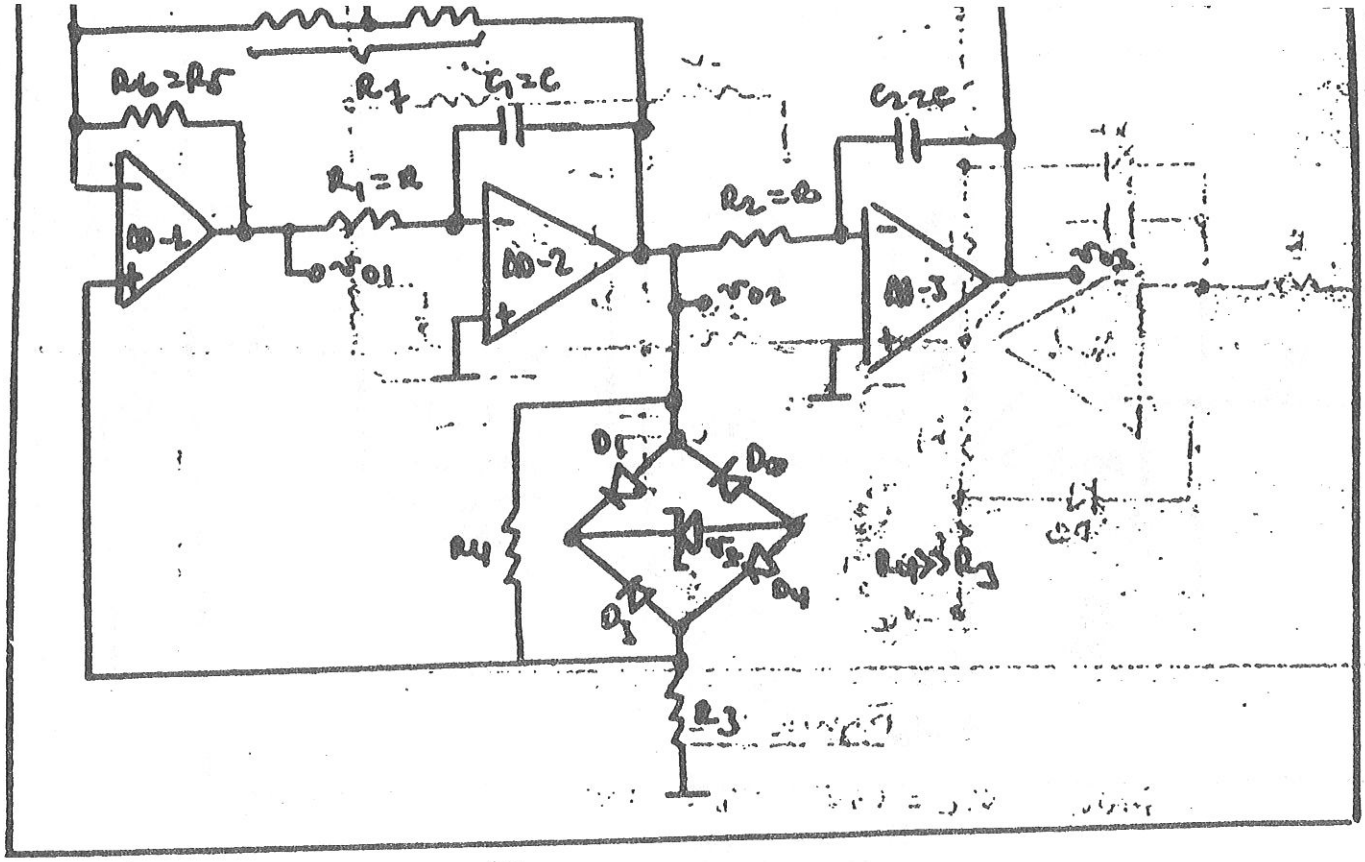


Figura 3.-

PROBLEMA 4.-

El esquema de la figura 4, representa un oscilador en puente de Wien, en el que se ha añadido un circuito no lineal con el objetivo de estabilizar la amplitud de oscilación a un nivel predeterminado (circuito de control automático de ganancia).

Analice el funcionamiento de este circuito determinando:

1) Cuando se "da tensión" al circuito y considerando que la tensión en el condensador C' es inicialmente cero voltios, ¿cual es el estado del TBT JFET?. Con los valores de los componentes que aparecen en el circuito: ¿se cumple la condición de arranque del oscilador?

2) Analice el proceso de estabilización de la amplitud de oscilación. ¿Cual es la función de R' y C' en este proceso?

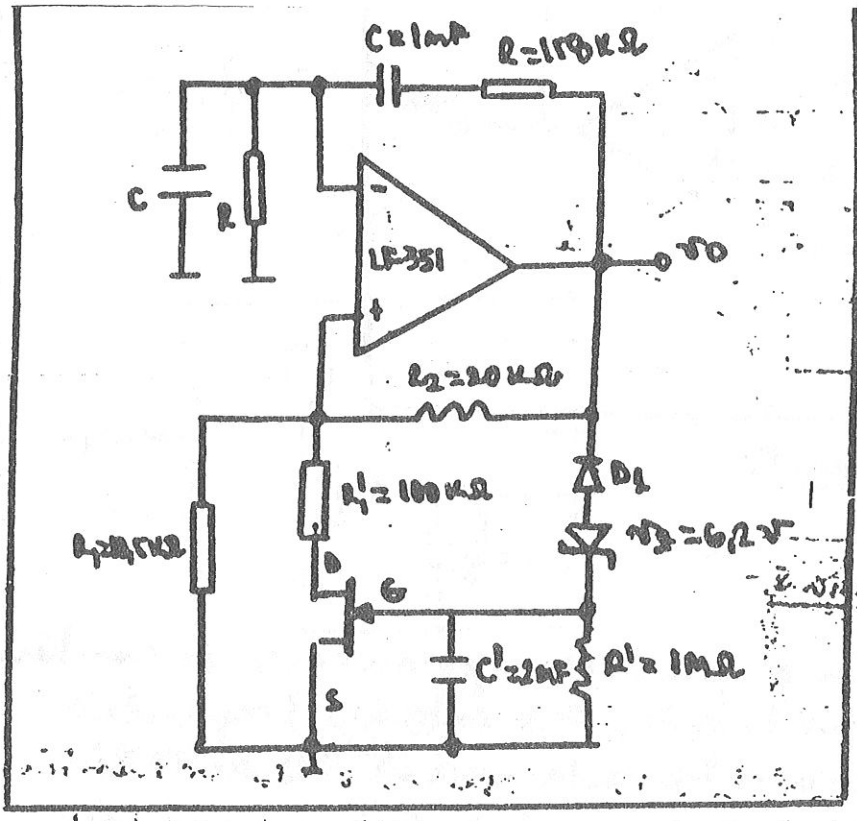


Figura 4

Problema 5.-

Se desea compensar un amplificador operacional en configuración no inversora, (el A.O. no está compensado internamente) mediante una red de compensación por retardo de fase consistente en un condensador Ca y una resistencia Ra (véase figura 5).

1) Dibuje el flujograma del circuito de la figura 5 y obtenga la ganancia de lazo

2) Para el caso que el amplificador operacional está caracterizado por:

ganancia a baja frecuencia: $a_0 = 10^5$

tres polos ubicados en: $f_1 = 10\,kHz$, $f_2 = 3\,MHz$ y $f_3 = 30\,MHz$

y $R_1 = 20\,k\Omega$, $R_2 = 180\,k\Omega$.

Calcule Ra y Ca para lograr un margen de fase de aproximadamente 60°.

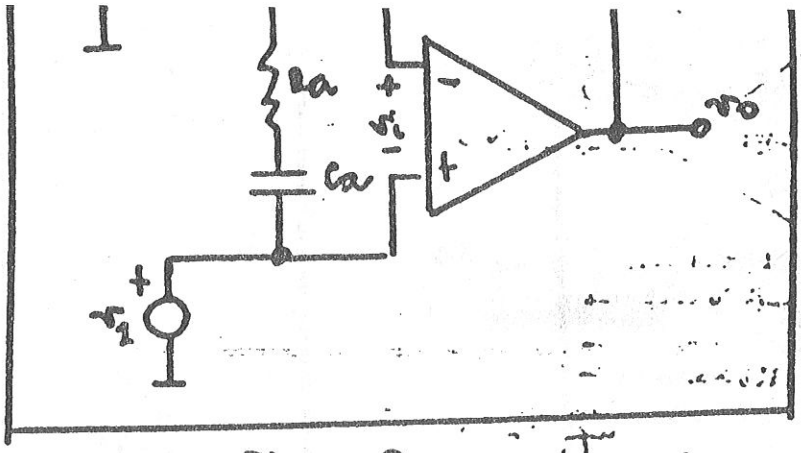


Figura 6.-

Problema 6.-

Todos los amplificadores operacionales presentan una capacidad parásita entre sus entradas (capacidad diferencial), así como entre cada una de sus entradas y masa (capacidad en modo común). Estas capacidades suelen ser del orden de pico faradios. No sólo estas capacidades parásitas aparecen en el A.O., otras capacidades parásitas como las de los componentes conectados a sus entradas, así como la propia del circuito impreso, etc... pueden alterar el valor de capacidad total en las entradas del A.O.

Para ver el efecto de dichas capacidades en un A.O compensado internamente, se modela esta con una capacidad parásita C entre las dos entradas del mismo (véase la figura 6.1)

Analice el circuito de la figura 6.1 y encuentre:

1) Su flujograma. (considere como función de transferencia del A.O.: $\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = -\frac{A_o \omega_c}{s+\omega_c}$)

2) Dibuje el diagrama de Bode (módulo y fase), de la ganancia de lazo. Puntualice el efecto del condensador parásito con respecto al margen de fase.

3) Como habrá deducido en el apartado 2, aparece un polo de alta frecuencia debido al condensador parásito

para evitar la pérdida de margen de fase, se utiliza una red de compensación consistente en añadir un condensador (C_2) (figura 6.2). Dedúzca la ganancia de lazo del circuito de la figura 6.2. y deduzca la condición que permite anular el polo de alta frecuencia con el cero que surge de añadir el condensador C_2

4) Para los valores dados en el fichero de la figura 6.2, se pide:

4.1) Dibuje el diagrama de Bode de la ganancia de lazo del circuito sin compensar. ¿Cual es el margen de fase?

4.2) ¿Cual es el valor de C_2 para conseguir un margen de fase de aproximadamente 90°?

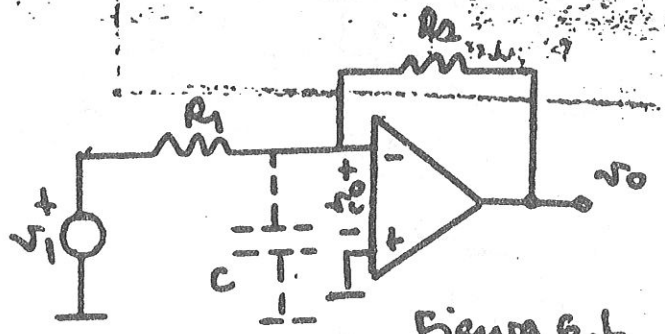


Figura 6.1

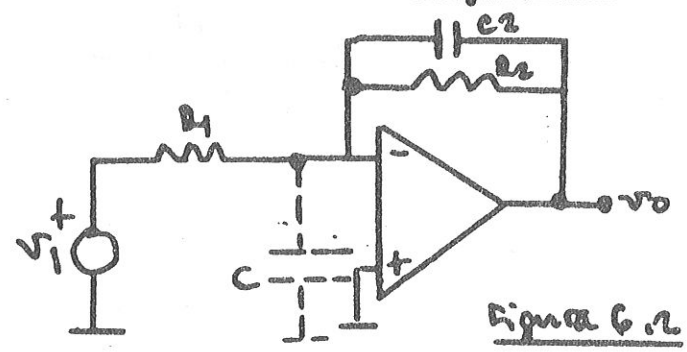


Figura 6.2

$R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 2M\Omega$

$C = 10pF$

$A_0 = 2 \times 10^5$

$\omega_c = 2\pi \times 25$ rad/seg.

Analice el integrador inversor de la figura en el supuesto que el A.O está compensado internamente ($\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = -\frac{A_o \omega_c}{s+\omega_c}$), se pide:

1) Realiza su flujograma.

2) Encuentre la función de transferencia $\frac{v_o(s)}{v_i(s)}$ y dibuje su diagrama de Bode.

3) Realice un análisis de respuesta temporal del mismo.

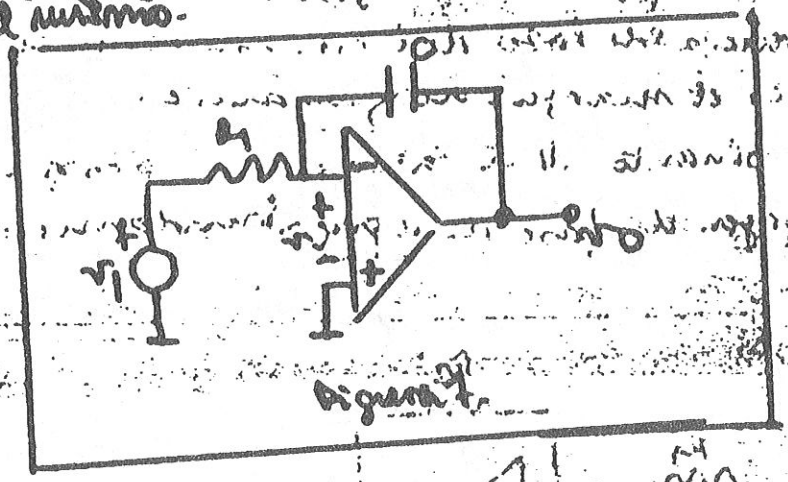


figura 1

PROBLEMA 8

La figura 8.1, muestra la respuesta en frecuencia de un amplificador operacional, en el cual el producto ganancia-ancho de banda viene dado por: $B = A_0 \omega_c$.

Para las configuraciones con amplificador operacional, que se dan en la figura 8.2, encuentre el producto-ganancia-ancho de banda y represente el diagrama de Bode de $v_o(j\omega)/v_i(j\omega)$. ¿Cuál es la relación del producto ganancia-ancho de banda de estos tres circuitos con la del amplificador operacional?

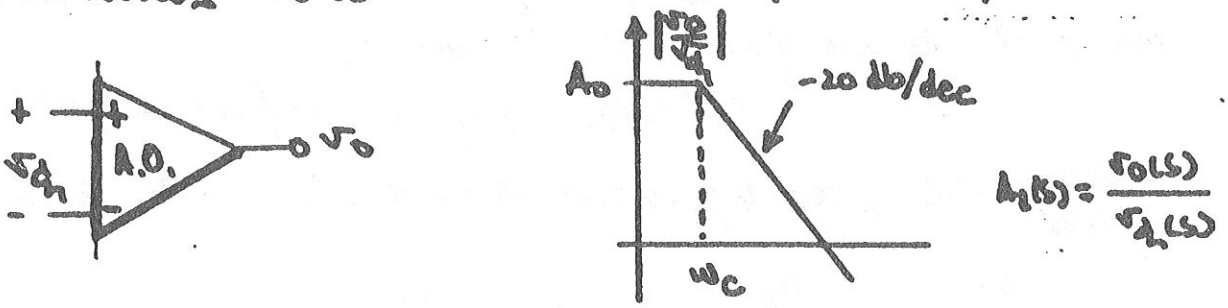


Figura.- 8.1

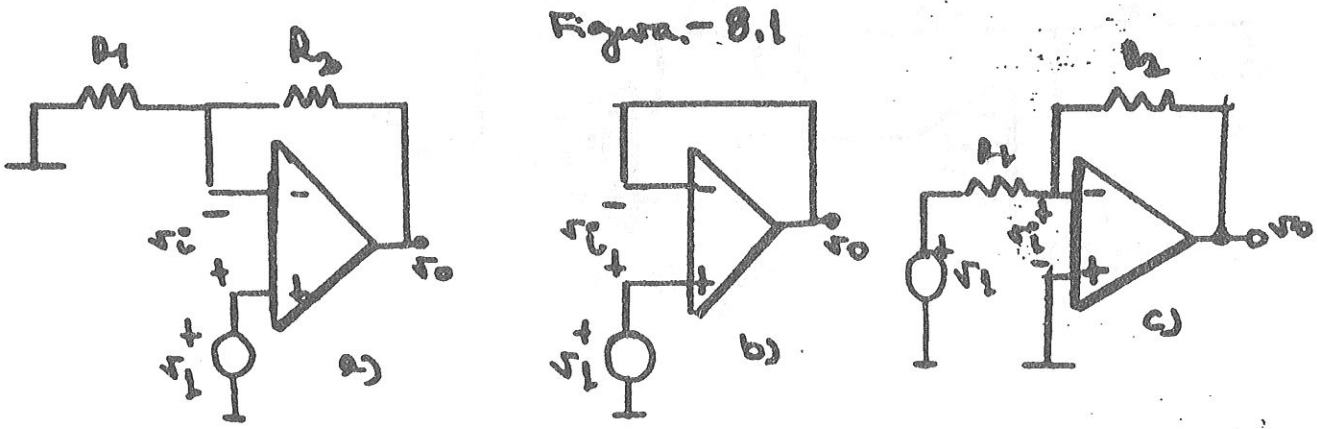


Figura.- 8.2

PROBLEMA 9

En el ejercicio 8, para la configuración no inversora y en el caso de utilizar el µA741 ($A_0 = 2 \cdot 10^5$, $f_c = 5Hz$). Calcule R_2, R_1 y BW (ancho de banda), para conseguir $\frac{v_o(0)}{v_i(0)} = 1000$.

El circuito que se presenta en la Figura 1, es una alternativa de bajo coste de dos µA741 en configuración no inversora conectado en cascada, para conseguir un ancho de banda de audio $\geq 20kHz$, que podría conseguirse mediante un A.O. de mejores prestaciones.

Calcule R_1 y R_2, de forma que $\frac{v_o(0)}{v_i(0)} = 1000$ y verifique que el ancho de banda es $\geq 20kHz$

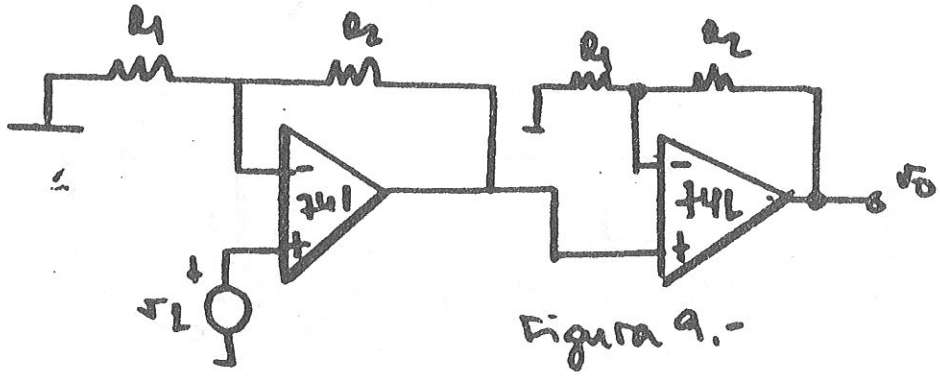


Figura 9.-

PROBLEMA 10

El circuito de la figura 10.1 es un amplificador operacional de transresistencia, dicho circuito representa una alternativa a los amplificadores operacionales convencionales, para aplicaciones de alta velocidad en las que superan a estos en ancho de banda y en "slew-rate".

Fabricado como COMLINEAR, ANALOG DEVICES y otros los comercializan desde hace algunos años como integrados monolíticos.

Entre las entradas de este operacional se integra un "buffer" de ganancia de tensión unidad, por lo cual $v_p = v_n$. Y la salida se puede modelar como una fuente dependiente de tensión de valor proporcional a la corriente del "buffer" i_n y de valor: $v_o(s) = Z(s)\, i_n$. Véase figura 10.1

Las configuraciones amplificadoras realizadas con este circuito, reciben el nombre de <u>amplificadores realimentados por corriente</u>, ya que la interrelación entre salida-entrada en este amplificador operacional es la corriente i_n.

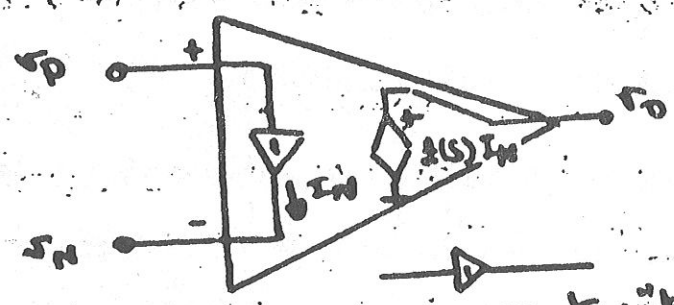
Resuelva a partir de los datos suministrados en este enunciado las siguientes cuestiones

1) Deduzca la expresión $\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)}$ en el amplificador no inversor de la figura 10.2, donde: $Z(s) = \frac{z_o}{1 + s/\omega_c}$

2) En la expresión anterior muestre que la ganancia a baja frecuencia $\frac{v_o(0)}{v_{in}(0)}$, si $Z_0 \gg R_2$

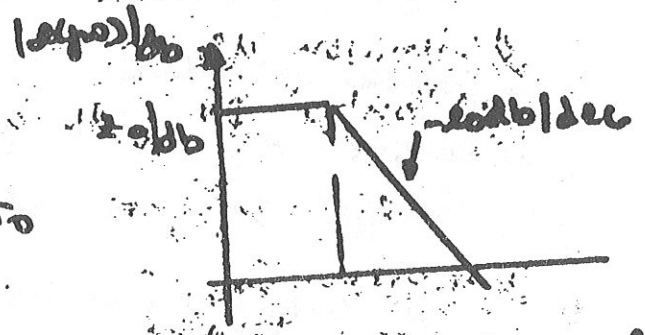
3) Muestre que el ancho de banda puede elegirse con independencia a la ganancia a frecuencias medias

4) Para el caso del CL 401 de COMLINEAR en el cual $Z_0 = 710\,k\Omega$ y $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 350\,kHz$, determine R_2 para lograr un ancho de banda de 100 MHz. Calcule los valores precisos de R_L para conseguir ganancias de 10 y 100 con el anterior ancho de banda.



$v_P = v_N$

representa "buffer", de ganancia de tensión unidad



$$Z(s) = \frac{Z_0\,\omega_c}{s+\omega_c} = \frac{Z_0}{s/\omega_c + 1}$$

Figura 10.1

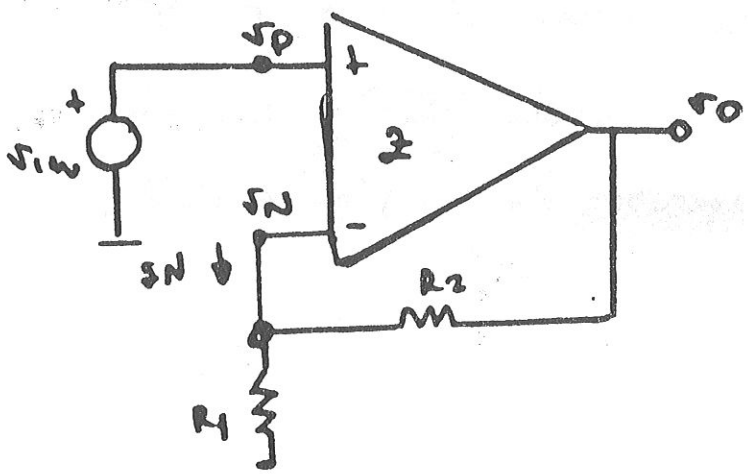


Figura 10.2

PROBLEMA 11 (Febrero 92)

Analice la estabilidad de los circuitos de la figura, para ello:

1) Deduzca los flujogramas correspondientes considerando que la entrada es $V_1(s) - V_2(s)$ y la salida es $V_o(s)$.

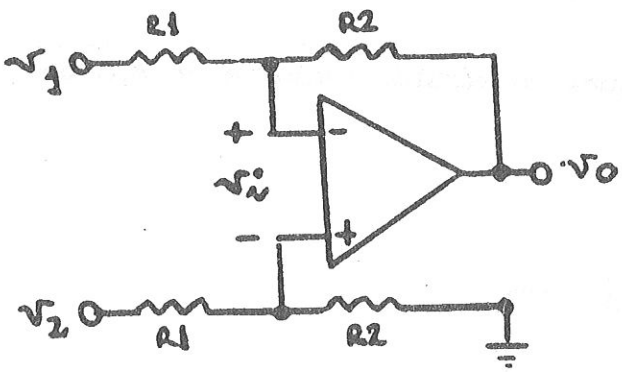
2) Encuentre $T(s)$ en ambos casos.

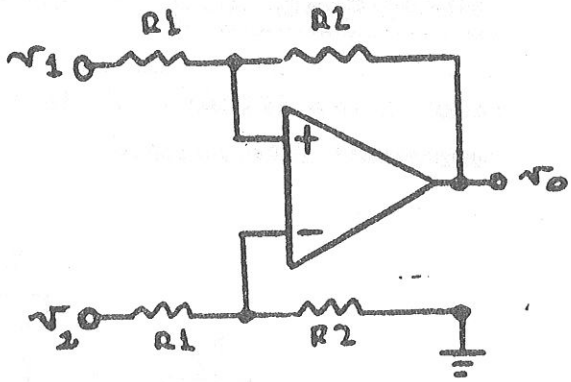
3) Calcule los polos de lazo cerrado. ¿Cual de estas dos configuraciones es estable?.

4) ¿Cual es el ancho de banda del circuito que tiene un comportamiento estable?. Considere al realizar los cálculos los siguientes datos: $A_o = 10^5$, $f_c = 5$ Hz, $R1 = R2 = 1K\Omega$.

Nota: Considere que la función de transferencia del amplificador operacional en bucle abierto es:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{A_o\, W_c}{s + W_c}$$





PROBLEMA 12 (Febrero 92)

El circuito de la figura 3.1 es un oscilador senoidal en desplazamiento de fase. Deduzca:

1) Su flujograma.

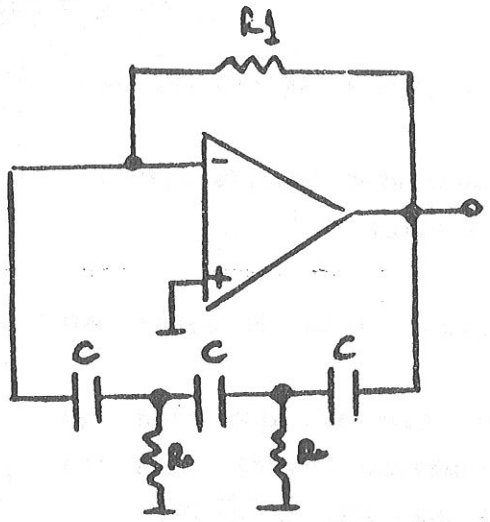
2) La expresión de la ganancia de lazo y de aquí obtenga:

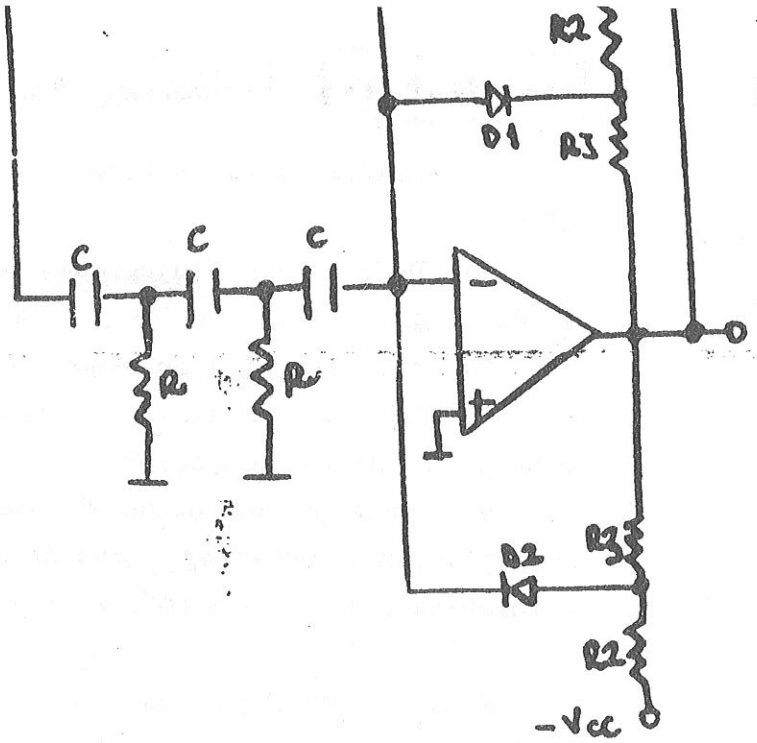
   2.1) La frecuencia de oscilación.

   2.2) La condición de arranque de este oscilador.

Se ha introducido en el circuito básico de este oscilador una red no lineal cuyo objetivo es limitar la amplitud de la señal de salida (figura 3.2).

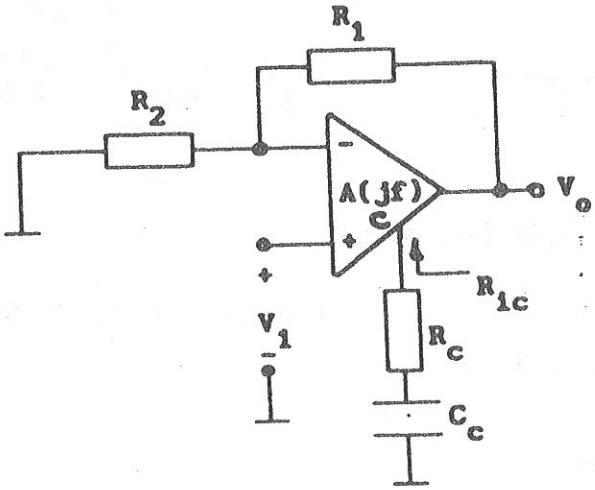
Analice dicho circuito y encuentre el margen dinámico de la señal V_o.





PROBLEMA 13 Junio 90.

Dado el amplificador de la figura construido mediante un A.O no compensado internamente:



El A.O presenta un pin de compensación C, al cual puede conectarse una red serie RC afin de compensar el sistema. El efecto de dicha red es el siguiente:

Si $A(jf)$ designa la ganancia en lazo abierto del AO, **ESTANDO CONECTADA LA RED DE COMPENSACION**, la nueva ganancia en lazo abierto $Ac(jf)$ tras conectarla vendrá dada por:

$$Ac(jf) = A(jf)\,\frac{Rc + 1/j\omega Cc}{R_1 + Rc + 1/j\omega Cc}$$

Se configura el amplificador no inversor de forma que su ganancia en baja frecuencia sea de 20, luego $1 + R_2/R_1 = 20$.

1) Evidenciar, deduciendo el flujograma del circuito que, en ausencia de red de compensación el amplificador es inestable.

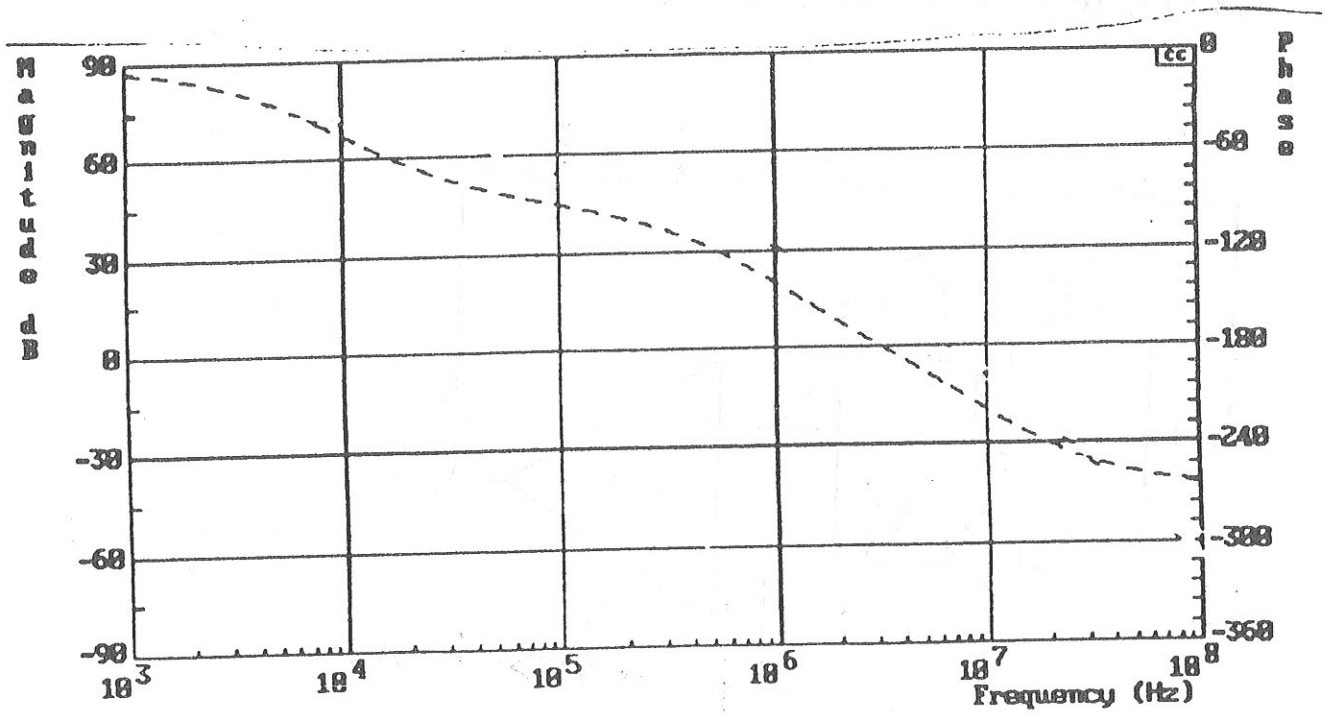
2) Diseñar la red de compensación Rc, Cc para que el margen de fase obtenido sea de 45°, minimizando la reducción de ancho de banda.

Datos:

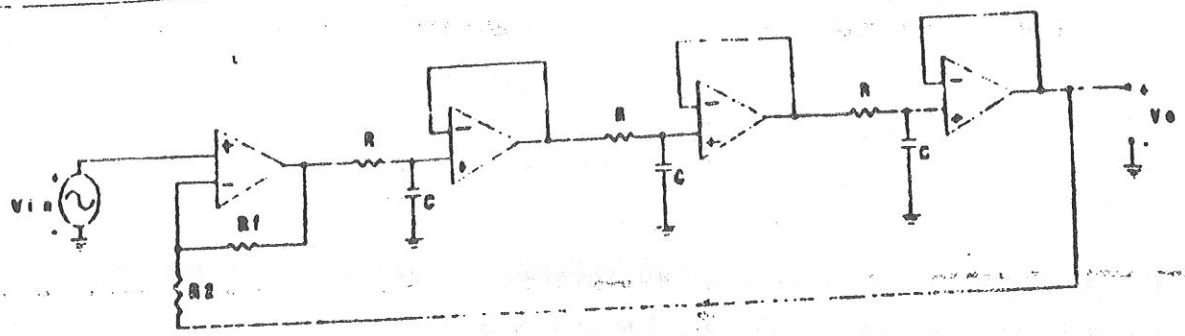
$$A(jf) = \frac{10^5}{(1+ jf/10kHz)(1+jf/1MHz)(1+jf/10MHz)}$$

$$R_{1c} = 1M\Omega$$

UTILICE LA GRAFICA DISPUESTA A TAL EFECTO EN EL ENUNCIADO



Para el siguiente circuito

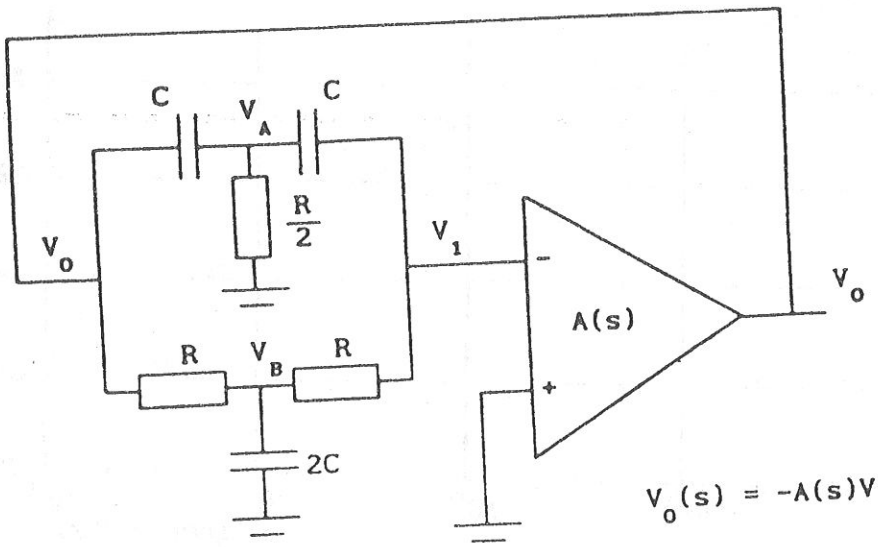


Encontrar:

1. Su flujograma correspondiente.
2. La expresión para la función de transferencia, V_o/V_{in}.
3. Si V_{in} se fija a masa, el circuito se puede hacer que funcione como un oscilador. Encontrar la frecuencia de oscilación, asi como las condiciones de arranque y mantenimiento

PROBLEMA 15 (SEPTIEMBRE 92)

El siguiente circuito es un oscilador senoidal que incorpora una red en doble T en su lazo de realimentación.



$$V_o(s) = -A(s)V_1(s)$$

1) Deducir la función de transferencia, H(s), red en doble T:

$$H(s) = \frac{V_1(s)}{V_0(s)}$$

A partir de este punto suponga que $H(s) = \dfrac{R^2C^2s^2 + 1}{R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}$

2) Suponiendo que $A(s) = A_0$:

2.1) Deducir el flujograma del oscilador, así como la ganancia de lazo del mismo.

2.2) A partir de la expresión de la ganancia de lazo deduzca el tipo de realimentación (positiva, negativa).

2.3) A partir de la condición de ángulo deduzca la frecuencia de oscilación.

2.4) Cual es el valor de T(s) en la frecuencia de oscilación? Comente el resultado.

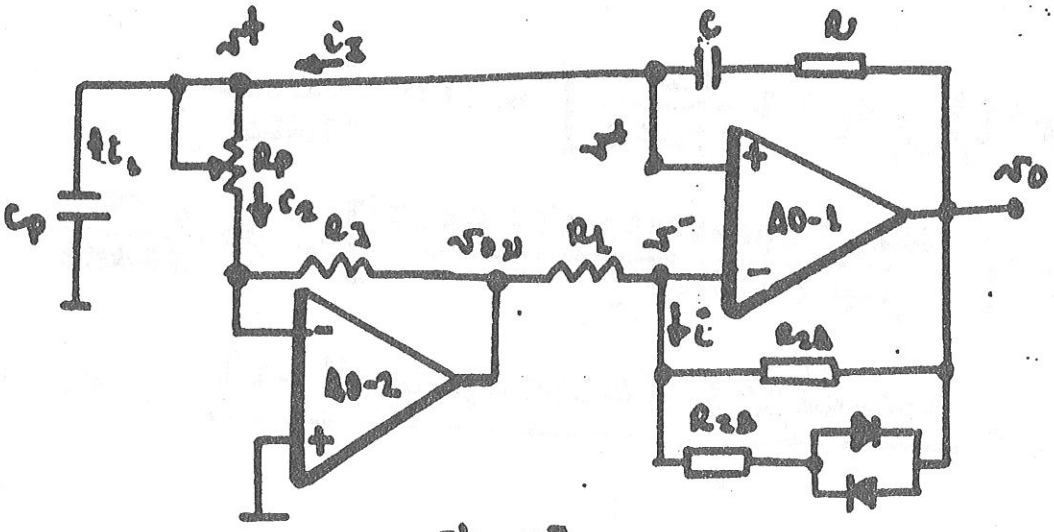
---

2) Suponiendo que $A(s) = \dfrac{A_0\omega_0}{s + \omega_0}$

3.1) Deduzca la nueva frecuencia de oscilación así como la condición que debe cumplir ω_0 para que dicha frecuencia sea la misma que la hallada en el apartado 2.3.

PROBLEMA 1

Oscilador en puente de Wien con posibilidad de variar la frecuencia de oscilación



$v^+ = v^-$

1)

Ecuaciones:

AO-2

$$\frac{v^+}{R_p} = -\frac{v_{o2}}{R_3} \Rightarrow v_{o2} = -\frac{R_3}{R_p} v^+ \quad (1)$$

AO-1

$$\frac{v_{o2} - v^+}{R_1} = \frac{v^+ - v_o}{R_2}$$

$$\frac{v_{o2}}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} = v^+\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] = v^+ \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

sustituyendo (1)

$$-\frac{R_3}{R_p}\frac{1}{R_1} v^+ + \frac{v_o}{R_2} = v^+ \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$\frac{v_o}{R_2} = v^+\left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_3}{R_p R_1}\right] = v^+ \frac{R_1 R_p + R_2 R_p + R_2 R_3}{R_1 R_2 R_p}$$

de lo que se deduce:

$$v_o = v^+ \frac{R_1 R_p + R_2 R_p + R_2 R_3}{R_1 R_p} = v^+\left[1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_p}\right]$$

por otro lado, puede escribirse la siguiente ecuación de nodos:

$i_2 = i_1 + i_3$

$$\frac{v^+}{R_p} = -v^+ C_p s + \frac{v^0 - v^+}{\frac{1}{Cs}} = -v^+ C_p s + \frac{(v_0 - v^+)\, Cs}{1 + RCs}$$

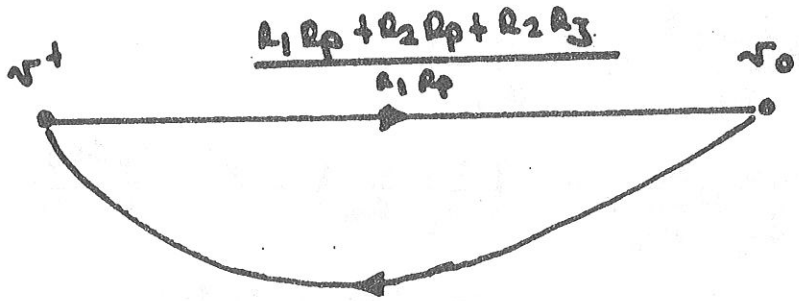
$$v^+\left[\frac{1}{R_p} + C_p s + \frac{Cs}{1+RCs}\right] = v_0 \frac{Cs}{1+RCs}$$

$$v^+\left[\frac{1+RCs + R_pC_ps[1+RCs] + CR_ps}{R_p[\cancel{1+RCs}]}\right] = v_0 \frac{Cs}{\cancel{1+RCs}}$$

$$v^+ \frac{R_pC_pRCs^2 + s[RC + R_pC_p + CR_p] + 1}{R_p} = v_0\, Cs$$

$$v^+ = v_0 \frac{CR_ps}{R_pC_pRCs^2 + s[RC + R_pC_p + CR_p] + 1}$$

<u>Flujograma.-</u>



2) $\underline{T(s)}$

$$\frac{CR_ps}{R_pC_pRCs^2 + s[RC + R_pC_p + CR_p] + 1}$$

$$T(s) = -\frac{R_1R_p + R_2R_p + R_2R_3}{R_1\cancel{R_p}} \; \frac{C\cancel{R_p}\, s}{R_pC_pRCs^2 + s[RC + R_pC_p + CR_p] + 1}$$

Frecuencia de oscilación

$$\angle T[j\omega] = \pm 180^\circ$$

$$\angle -\frac{R_1R_p + R_2R_p + R_2R_3}{R_1} + \angle CS = -180^\circ + 90^\circ = -90^\circ$$

$$-90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{(RC + R_pC_p + CR_p)\omega_0}{1-\omega_0^2(R_pC_pRC)} = -180^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \operatorname{arctg}\frac{(RC + R_pC_p + CR_p)\omega_0}{1-\omega_0^2(R_pC_pRC)} = 90^\circ$$

por lo cual:

$$1 - \omega_0^2 R_pC_pRC = 0$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_pC_pRC}}}$$

Condición de arranque del oscilador

$$|T[j\omega_0]| > 1$$

$$\Rightarrow \quad T[j\omega_0] = -\frac{R_1R_p + R_2R_p + R_2R_3}{R_1} \cdot \frac{C\cancel{j}\frac{1}{\sqrt{R_pC_pRC}}}{-\cancel{1} + \cancel{j}\frac{1}{\cancel{\sqrt{R_pC_pRC}}}[RC + R_pC_p + CR_p] + \cancel{1}} =$$

$$|T[j\omega_0]| = \frac{R_1R_p + R_2R_p + R_2R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{R + R_p\frac{C_p}{C} + R_p} > 1$$

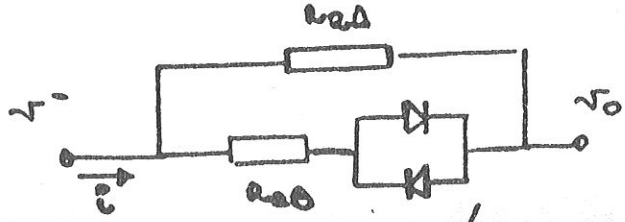
$$\frac{\cancel{R_p} + \frac{R_2R_p}{R_1} + \frac{R_2R_3}{R_1} > R + R_p\frac{C_p}{C} + \cancel{R_p}}{}$$

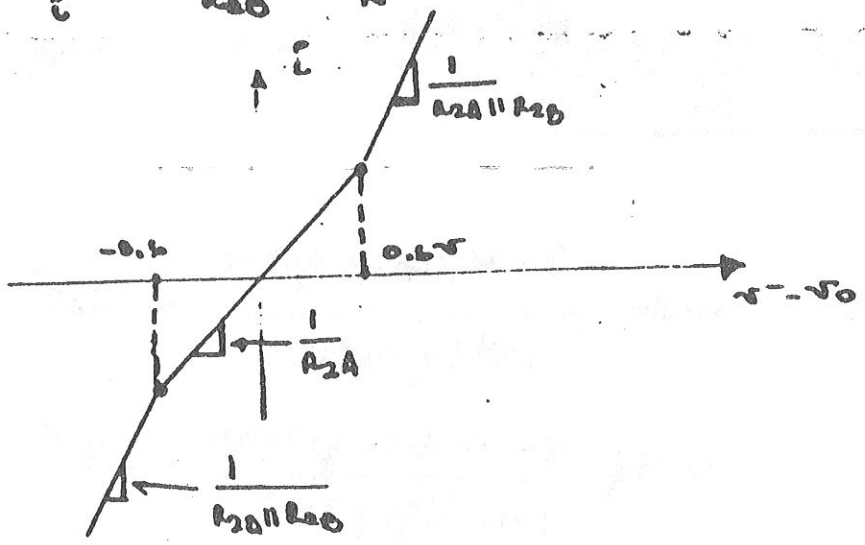
$$\frac{\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2R_3}{R_1R_p} > \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C}}{}$$

Condición de mantenimiento de la oscilación

$$\boxed{\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2R_3}{R_1R_p} > \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C}}$$

3) Función de la red no lineal





Explicación cualitativa

Nota.- véase que una explicación precisa de la estabilización de la oscilación requiere de un conocimiento de teoría de control no lineal, que sale fuera de los límites de este curso (para ello debería recurrirse al método de la función descriptiva y a las condiciones de establecimiento de un ciclo límite estable)

cualitativamente

Para $|v^- - v_o| < 0{,}6v = v_D$ $\qquad R_2 = R_{2A}$

y se debe cumplir para que el oscilador arranque $\qquad R_2 = R_{2A} \| R_{2B}$

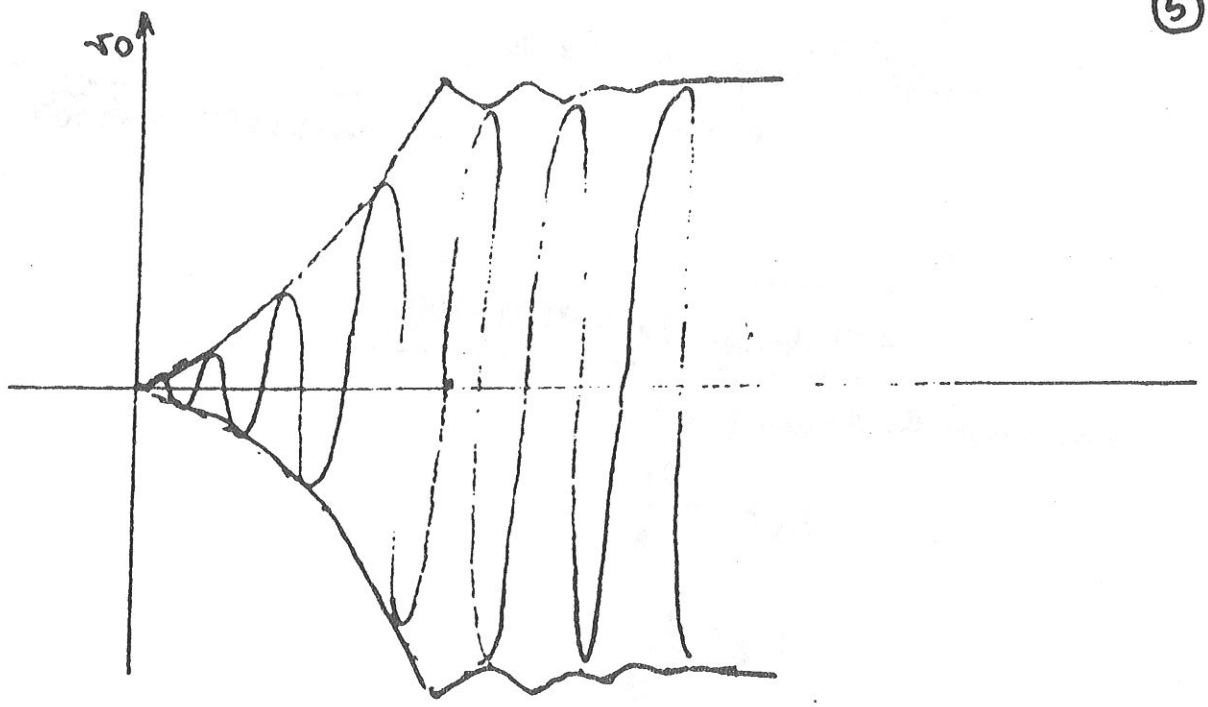
$$\frac{R_{2A}}{R_1} + \frac{R_{2A} R_3}{R_1 R_p} > \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C}$$ (exponencial creciente que envuelve una senoide)

para $|v^- - v_o| \geq 0{,}6 = v_D$

$$\frac{R_{2A} \| R_{2B}}{R_1} + \frac{(R_{2A} \| R_{2B}) R_3}{R_1 R_p} < \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C}$$ (exponencial decreci que envuelve una se

la amplitud de salida automáticamente se estabiliza (se desprendería del análisis no lineal) a un nivel interme

$$\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_p} = \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C}$$ (condición de estabilización de la os



4) De la expresión:

$$\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_3 R_p} = \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C}$$

para el caso que:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_p}{C} \quad (1)$$

por consiguiente:

$$R_3 = \frac{R R_1}{R_2} \quad (2)$$

(dicha expresión es independiente de R_p)

por lo cual variando R_p se consigue variar la frecuencia de oscilación, siendo independiente R_p de la condición de oscilación)

Si además se toma: $C = C_p$, implica de (1) y (2)

$$R_1 = R_2 = R = R_3 \; ; \; \ldots$$

<u>Ejemplo de aplicación</u>

$C = C_p = 4{,}7\,nF$, $R_2 = R_1 = R_3 = R = 2{,}49\,k\Omega$ $\quad 1k\Omega < R_p < 1M\Omega$

$R_{2A} \| R_{3A} = 2{,}43\,k\Omega$

$R_{2A} = 2{,}55$, $R_{3A} = 51{,}1\,k\Omega$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C C_p R_p R_2}} \underset{C = C_p}{=} \frac{1}{2\pi C\sqrt{R_p R_2}}$$

$$\nearrow f_0 = \frac{1}{2\pi\, 4{,}7\cdot 10^{-9}\sqrt{2{,}49\cdot 10^{6}}}$$

$$\searrow f_0 = \frac{1}{2\pi\, 4{,}7\cdot 10^{-9}\sqrt{2{,}49\cdot 10^{9}}} = 214{,}6\ \text{Hz}$$

$$\underline{214{,}6\ \text{Hz} < f_0 < 21{,}46\ \text{kHz}}$$

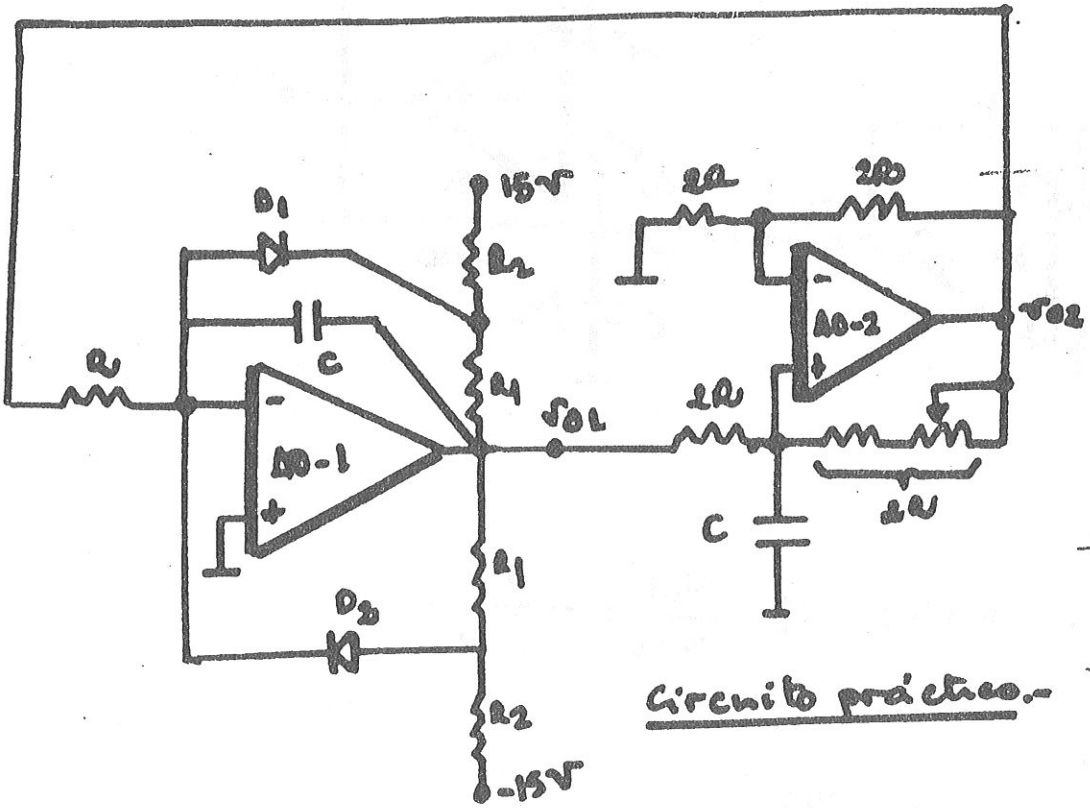
condiciones de arranque:

$$R_J > \frac{R_2 R_1}{R_{2A}}$$

$$R_{2A} > \frac{R_2 R_1}{R_J}$$

$$2{,}55\ \text{k} > 2{,}49\ \text{k}\Omega.-$$

OSCILADORES EN CUADRATURA

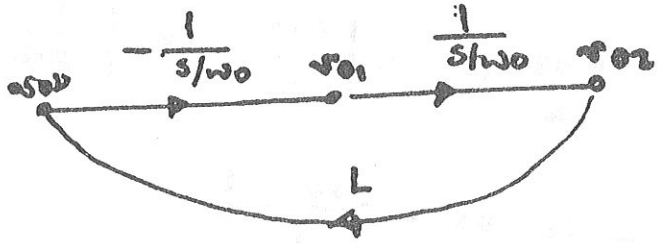


Circuito práctico.-

- todos los A.O.s están en zona lineal al ser un o
- se desprecian los polos interno de los A.O.S.

Principio de funcionamiento de un oscilador en cuadratura

1)



$$T(s) = \frac{1}{s^2/\omega_0^2}$$

de la condición: $T(s) + 1 = 0$, se deduce,

$$T(s) = -1$$

$$s^2 = -\omega_0^2 \Rightarrow s = \pm j\omega_0,$$

Oscilador en cuadratura.-

2)

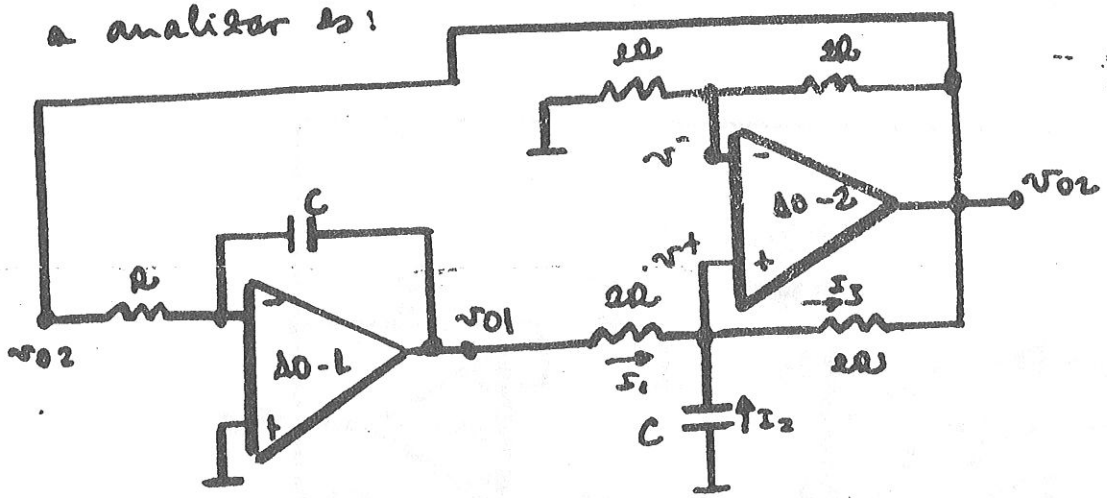
$$v_{o2} = v_{o1} \frac{1}{s/\omega_0}$$

$$v_{o2}(j\omega_0) = v_{o1}(j\omega_0)(-j)$$

lo que significa que v_{o2} y v_{o1} tienen la misma amplitud pero están desplazados 90°

3) Consideremos que ni el diodo D_L y D_2 conducen, a

a analizar es:



AO-1

$$\frac{v_{o2}}{R} = -v_{o1}(Cs) \Rightarrow \frac{v_{o1}}{v_{o2}} = -\frac{1}{CsR}$$

AO-2

$$v^- = v^+ = \frac{v_{o2}}{2}$$

$$i_1 + I_2 = I_3$$

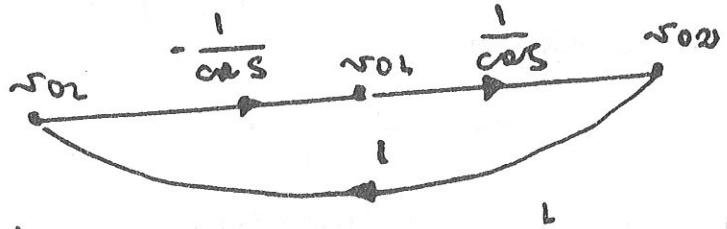
$$\frac{v_{o1} - \frac{v_{o2}}{2}}{\cancel{2}R} - \frac{v_{o2}}{\cancel{2}} Cs = \left[\frac{v_{o2}}{2} - v_{o2}\right]\frac{1}{\cancel{2}R}$$

$$\frac{v_{o1}}{R} - \frac{v_{o2}}{2R} - v_{o2}Cs = -\frac{v_{o2}}{2}\frac{1}{R}$$

$$\frac{v_{o1}}{R} = v_{o2}\left[-\frac{1}{\cancel{2R}} + \frac{1}{\cancel{2R}} + Cs\right]$$

$$\frac{v_{o2}}{v_{o1}} = \frac{1}{RCs}$$

Flujograma

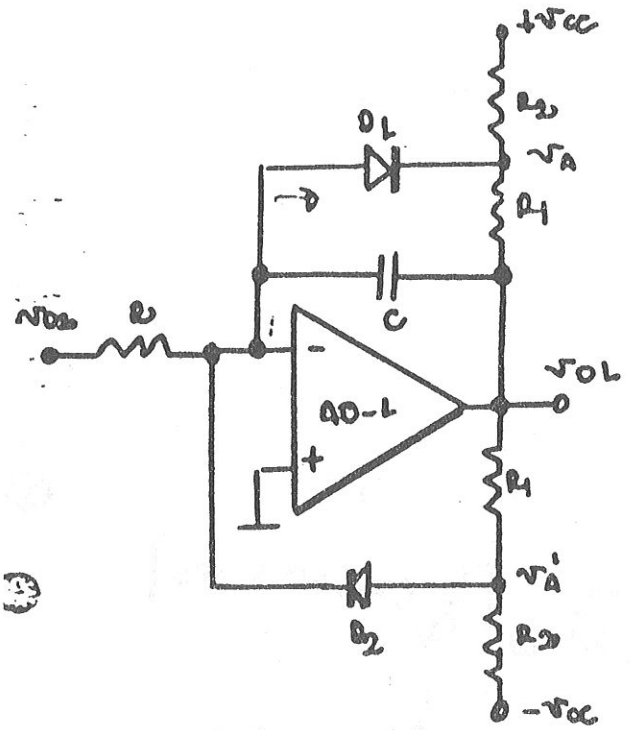


4)

$$T[s] = \frac{1}{(CR)^2 s^2} \quad , \quad T[s] + 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{(CR)^2 s^2} = -1$$

$$s = \pm j\frac{1}{RC} \qquad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$$

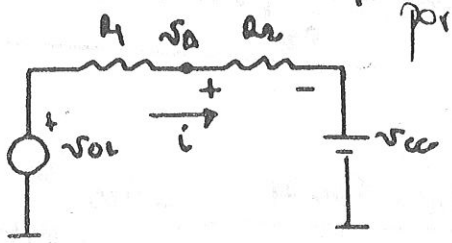
2) Efecto de los diodos limitadores



- ¿para qué sirve la red de diodos? ¿Arranque quizás?
- estarán en conducción o no los diodos normalmente.

Tensiones que se establecen en V_A y V_A'

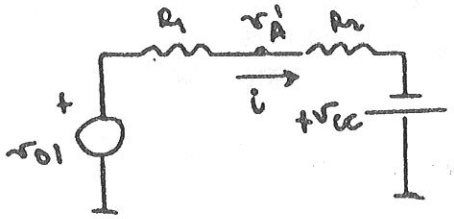
En la hipótesis que D_1 y D_2 están en off.



por superposición

$$V_A = V_{O1}\frac{R_2}{R_1+R_2} + V_{cc}\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$V_A = \frac{V_{O1}-V_{cc}}{R_1+R_2}R_2 + V_{cc} = \frac{V_{O1}R_2+V_{cc}R_1}{R_1+R_2}$$



$$V_A' = \frac{V_{O1}+V_{cc}}{R_1+R_2}R_2 - V_{cc} = \frac{V_{O1}R_2-V_{cc}R_1}{R_1+R_2}$$

$$V_A' = V_{O1}\frac{R_2}{R_1+R_2} - V_{cc}\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Para que el diodo D_1 conduzca $V_A = -V_D$ / o $V_A > -V_D$ para que no conduzca

$$V_D + V_A = 0 \Rightarrow \frac{V_{O1}R_2+V_{cc}R_1}{R_1+R_2} + V_D = 0$$

$$V_{O1}R_2 = -V_D[R_1+R_2] - V_{cc}R_1$$

$$V_{O1} = -V_D\left[1+\frac{R_1}{R_2}\right] - V_{cc}\frac{R_1}{R_2}$$

$$\boxed{V_{O1} = -\frac{R_1}{R_2}[V_{cc}+V_D] - V_D}$$

En este caso:

$$V_A' = -V_{cc}\frac{R_1}{R_1+R_2} + V_{O1}\frac{R_2}{R_1+R_2} = -V_{cc}\frac{R_1}{R_1+R_2} + \frac{R_2}{R_1+R_2}\left[-\frac{R_1}{R_2}[V_{cc}+V_D] - V_D\right] <$$

por lo cual, D_2 está en off.

$v_A - v_D = 0$

$$\frac{v_{01} R_2 - v_{cc} R_1}{R_1 + R_2} = v_D$$

$$v_{01} = v_D \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} + v_{cc} \frac{R_1}{R_2}$$

$$\boxed{v_{01} = \frac{R_1}{R_2}(v_{cc} + v_D) + v_D}$$

En este caso:

$$v_A = \frac{v_{01} R_2 - v_{cc} R_1}{R_1 + R_2} = -v_{cc} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left[\frac{R_1}{R_2}(v_{cc} + v_D) + v_D\right]$$

$$= \cancel{-v_{cc} \frac{R_1}{R_1 + R_2}} + \cancel{\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{cc}} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_D + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_D > 0$$

$v_D > 0$

por lo cual D_1 está en off.-

Como consecuencia la función de la red de diodos es limitar la tensión de salida a:

$$\pm \left(\frac{R_1}{R_2}[v_{cc} + v_D] + v_D\right]$$

Ejemplo de aplicación:

$f_0 = 1\,kHz$, margen dinámico de la señal del oscilador $\pm 10V$

Datos: $V_{CC} = 15V$

$V_D = 0{,}7V$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \qquad V_{pico} = \frac{R_1}{R_2}\left[V_{CC} + V_D\right] + V_D$$

$2\pi 10^3 = \frac{1}{RC}$, si se toma $R = 1M\Omega$

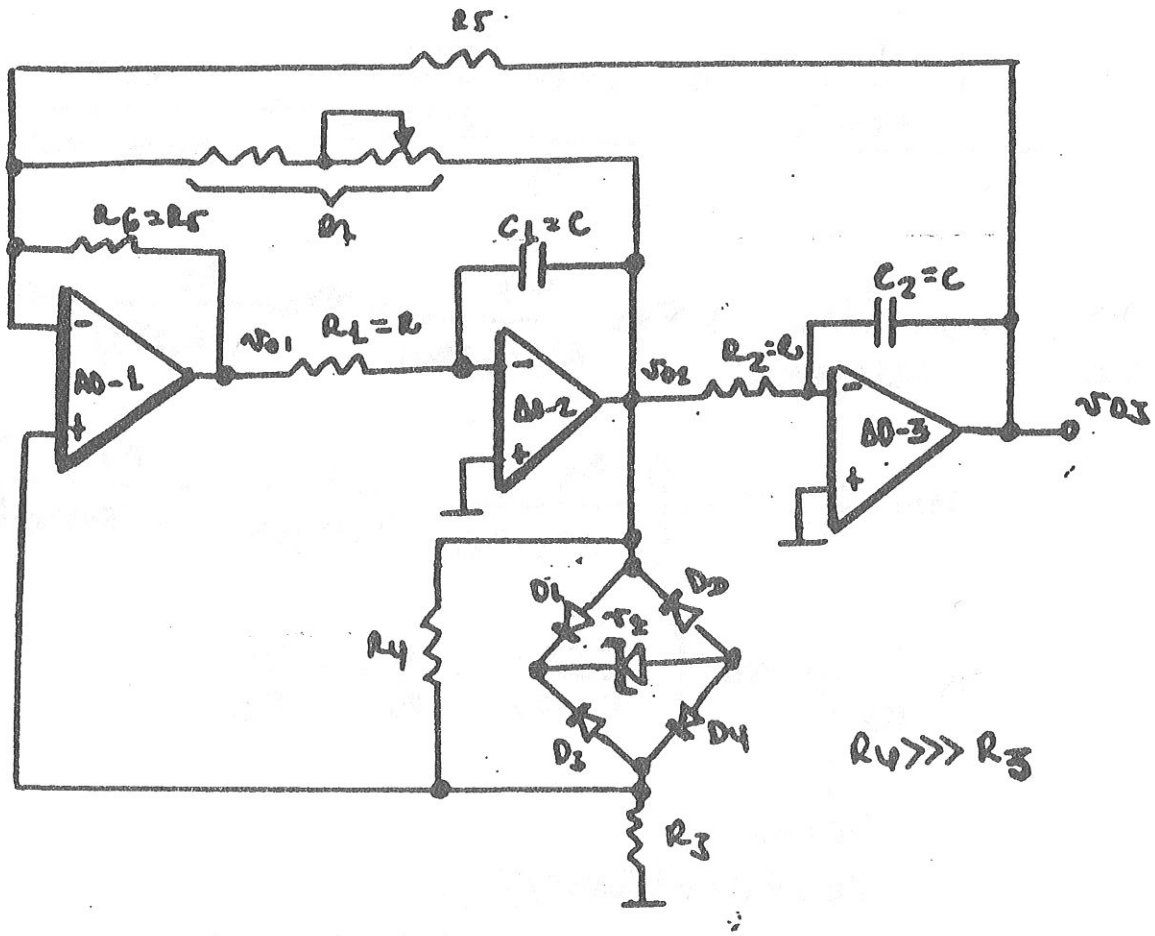
$$C = \frac{1}{2\pi 10^3 \, 10^6} = 0{,}16\,nF$$

$$10 = \frac{R_1}{R_2}\left[15 + 0{,}7\right] + 0{,}7$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{10 - 0{,}7}{15{,}7} = \frac{9{,}3}{15{,}7} = 0{,}592$$

$R_2 = 10k\Omega \Rightarrow R_1 = 5{,}92\,k\Omega$.

Oscilador basado en la estructura de un filtro biocuadrático



b) Se considerará que el puente de diodos no conduce para determinar la frecuencia de oscilación y la condición de arranque del oscilador.

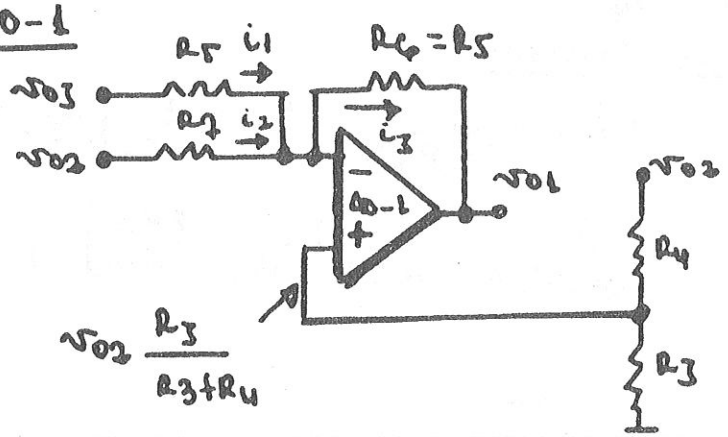
AO-3

$$\frac{v_{o2}}{R_2} = -v_{o3} C_1 s \qquad \frac{v_{o3}(s)}{v_{o2}(s)} = -\frac{1}{R_2 C_1 s} \overset{C_1=C,\ R_2=R}{=} -\frac{1}{RCs} \quad (1)$$

AO-2

$$\frac{v_{o1}}{R_1} = -v_{o2} C_2 s \qquad \frac{v_{o2}(s)}{v_{o1}(s)} = -\frac{1}{R_1 C_2 s} \overset{C_2=C,\ R_1=R}{=} -\frac{1}{RCs} \quad (2)$$

AO-1



R4>>R3

$$i_1 + i_2 = i_3$$

$$\frac{v_{o3} - v_{o2}\dfrac{R_3}{R_3+R_4}}{R_5} + \frac{v_{o2} - v_{o2}\dfrac{R_3}{R_3+R_4}}{R_7} = v_{o2}\frac{R_3}{R_6(R_3+R_4)} - v_{o1}\frac{1}{R_6}$$

$$\frac{v_{o3}}{R_5} - v_{o2}\frac{R_3}{R_5(R_3+R_4)} + v_{o2}\frac{R_4}{R_7(R_3+R_4)} = v_{o2}\frac{R_3}{R_6(R_3+R_4)} - v_{o1}\frac{1}{R_6}$$

$$v_{o1}\frac{1}{R_6} = v_{o2}\left[\frac{R_3}{R_6(R_3+R_4)} + \frac{R_3}{R_7(R_3+R_4)} - \frac{R_4}{R_7(R_3+R_4)}\right] - \frac{v_{o3}}{R_5}$$

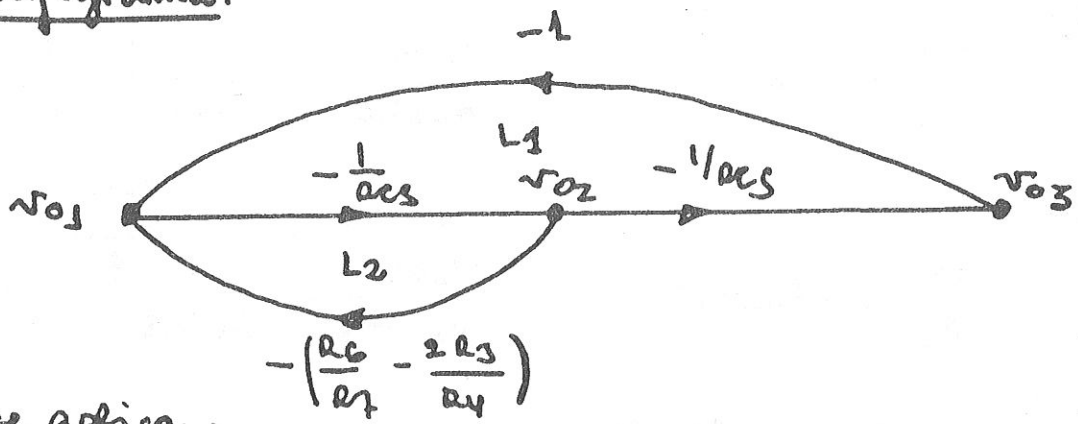
$$v_{o1}\frac{1}{R_6} \simeq v_{o2}\left[\frac{2R_3}{R_6R_4} - \frac{1}{R_7}\right] - \frac{v_{o3}}{R_6}$$

$R_5 = R_6$

$R_4 \simeq R_3 + R_4 \quad (R_4 \gg R_3)$

$$\boxed{v_{o1} \simeq -v_{o3} - v_{o2}\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right]} \quad (5)$$

Flujograma.



2) Si se aplica la regla de Mason

$$P_1 = +\frac{1}{(RC)^2s^2}, \quad L_1 = -\frac{1}{(RC)^2s^2}, \quad L_2 = \frac{1}{RCs}\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right]$$

$$\Delta = 1 - [L_1 + L_2] = 1 + \frac{1}{(RC)^2s^2} - \frac{1}{RCs}\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right], \quad \Delta_1 = 1$$

$$\frac{v_{o3}}{v_{oL}} = \frac{\dfrac{1}{(RC)^2 s^2}}{1 + \dfrac{1}{(RC)^2 s^2} - \dfrac{1}{RCs}\left[\dfrac{R_6}{R_7} - \dfrac{2R_3}{R_4}\right]} \quad (4)$$

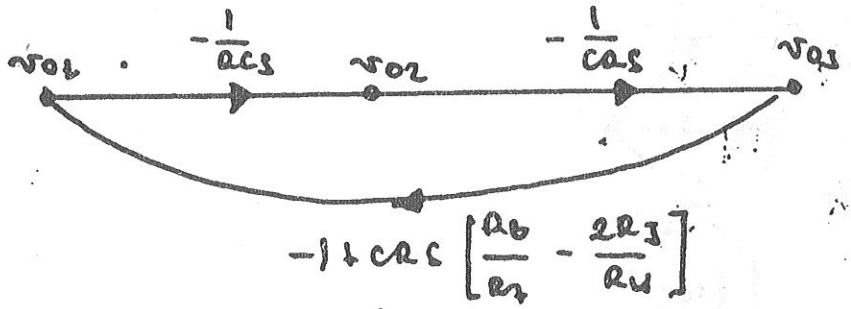
<u>O alternativamente:</u>

si se sustituye (2) en (3) deviene,

$$v_{o1} = -v_{o3} + v_{o3}\, CRs\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right] =$$

$$= v_{o3}\left[-1 + CRs\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right]\right]$$

<u>Flujograma</u>



$$\frac{v_{o3}}{v_{oL}} = \frac{\dfrac{1}{(RC)^2 s^2}}{1 + \dfrac{1}{(RC)^2 s^2} - \dfrac{1}{RCs}\left[\dfrac{R_6}{R_7} - \dfrac{2R_3}{R_4}\right]}$$

que es la misma expresión que la deducida en [4]

Para deducir la frecuencia de oscilación y la condición de arranque del oscilador se considerará:

$$1 + T(s) = 0$$

$$1 + \frac{1}{(RC)^2 s^2} - \frac{1}{RCs}\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right] = 0$$

$$(RC)^2 s^2 - RCs\left[\frac{R_6}{R_7} - \frac{2R_3}{R_4}\right] + 1 = 0$$

$$\text{si: } \frac{R_6}{R_7} = \frac{2R_3}{R_4} \Rightarrow R_7 = \frac{R_6 R_4}{2R_3}$$

$$(RC)^2 s^2 + 1 = 0 \Rightarrow s^2 = -\frac{1}{(RC)^2} \Rightarrow s = \pm j\frac{1}{RC} \Rightarrow \underline{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$$

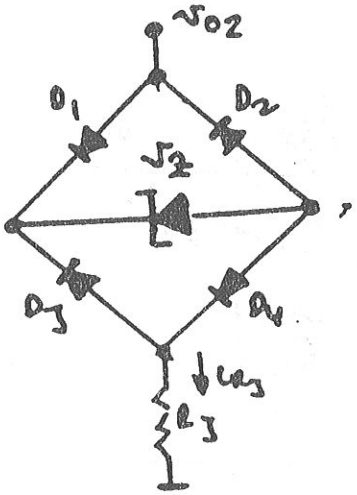
característica debe ubicarse en el semiplano derecho, lo que se traduce,

$$\frac{R_6}{R_7} > \frac{2R_3}{R_4} \quad , \quad \boxed{R_7 < \frac{R_4 R_6}{2R_3}}$$ (condición de arranque)

por lo cual R_7 deberá contemplarse a efectos prácticos como un potenciómetro.

3) <u>Efecto de la red de diodos</u>

Limitación de la tensión v_{o2}



$v_{D_1} = v_{D_2} = v_{D_3} = v_{D_4} = v_D$

Si,

$$v_{o2} \geq v_{D_2} + v_{D_4} + v_Z = 2v_D + v_Z$$

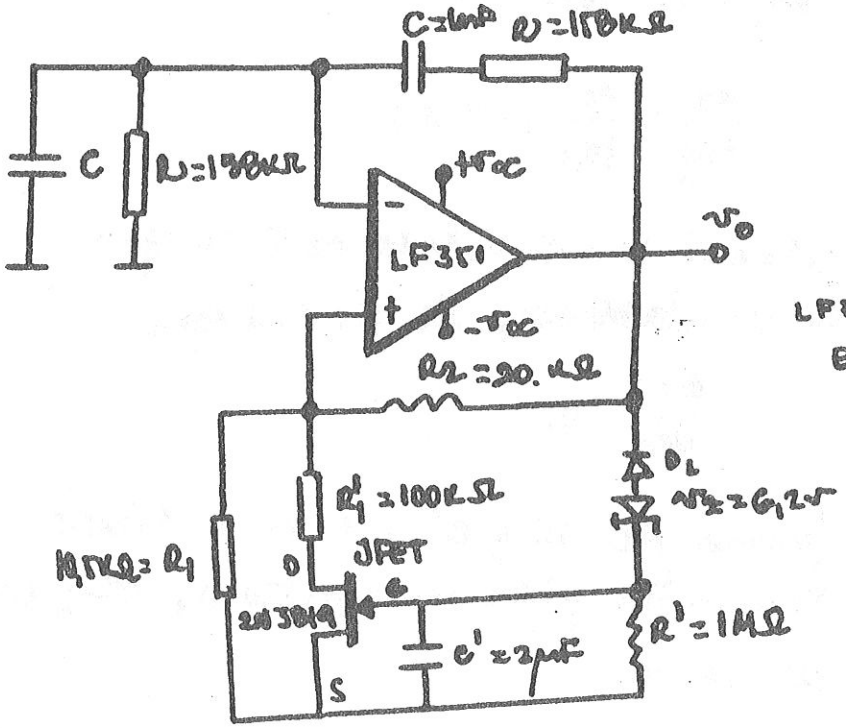
Si $v_{o2} \leq -(v_{D_2} + v_{D_3} + v_Z) = -(2v_D + v_Z)$

La tensión de v_{o2} quedará limitada:

$$|v_{o2}| = 2v_D + v_Z + i_{R_3} R_3 \simeq 2v_D + v_Z$$

suponiendo por ej. $v_Z = 5{,}2\,V$, $v_D = 0{,}6\,V$

$|v_{o2}| \simeq 6{,}6\,V$.



LF351 [BO-BIFET]
entrada JFET salida bipolar.

1) <u>Análisis del circuito no lineal</u> (que permite la estabilización de la oscilación o circuito de control automático de ganancia)

Cuando se "da tensión" al A.O, el condensador C' se encuentra inicialmente descargado, por lo cual:

$v_{GS}=0$, en ese caso la resistencia de canal es muy baja., por lo que el JFET puede considerarse en primera aproximación como un cortocircuito, de lo que se desprende:

$$R_{eq} = R_1 \| R_1' = 10{,}1K \| 100K = 9{,}1K\Omega$$

por lo cual, $R_2/R_{eq} = \frac{20}{9{,}1} = 2{,}1 > 2$, es decir cumple la condición de arranque del oscilador

Para un cierto valor de v_o, el diodo D_1 y el zener conducen.

Siendo v_o:

$$v_o = -V_{D_1} - V_z + v_{GS} \quad , \quad v_{GS} < 0$$

Lo que produce que el JFET, entre progresivamente en corte aumentando la resistencia de canal.

$$R_{eq} = R_1 = 10{,}5\ k\Omega$$

$$\frac{R_2}{R_{eq}} = \frac{20}{10{,}5} = 1{,}9 < 2$$

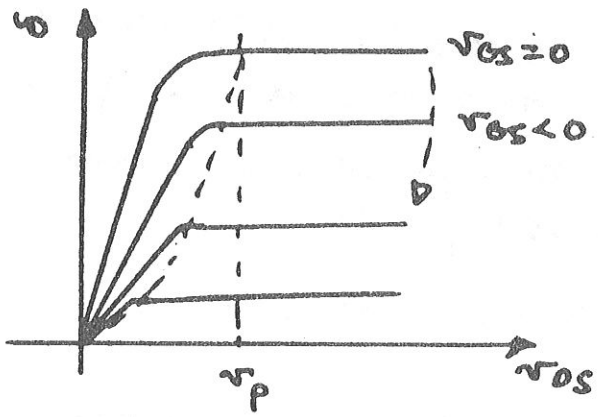
La oscilación se estabiliza antes de que esta condición se establezca, de forma que:

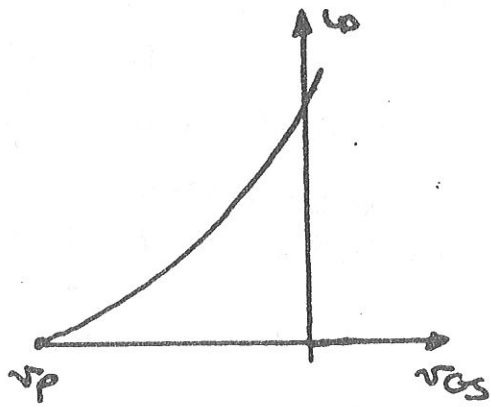
$$\frac{R_2}{R_{eq}} = 2$$

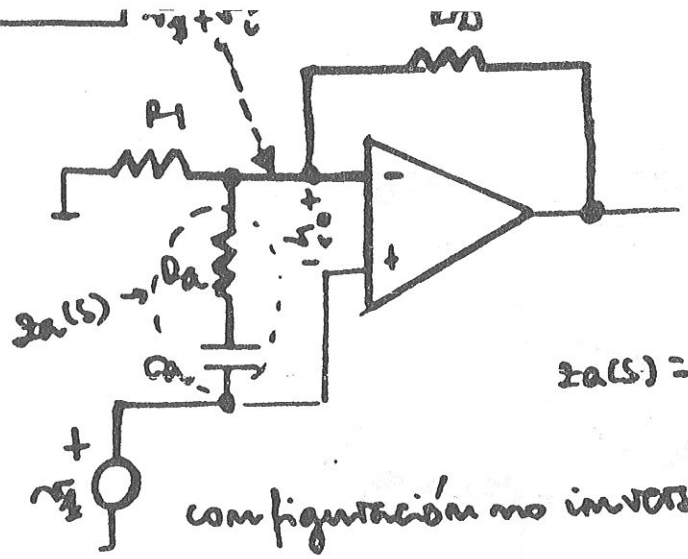
La función de R' y C', es mantener la tensión v_{GS} entre picos consecutivos, eligiendose $C' = 2\mu F$ y $R' = 1 M\Omega$

$R'C' = 2$ segundos, que es ancho mayor que el periodo de oscilación.

<u>Nota</u>.- curvas características de un JFET







$$Z_a(s) = R_a + \frac{1}{C_a s} = \frac{R_a C_a s + 1}{C_a s}$$

configuración no inversora

a)

$$-\frac{v_1+v_i}{R_1} - \frac{v_i}{Z_a(s)} = \frac{v_1+v_i-v_o}{R_2}$$

$$-\frac{v_1}{R_1} - \frac{v_1}{R_2} + \frac{v_o}{R_2} = v_i\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_a(s)}\right) =$$

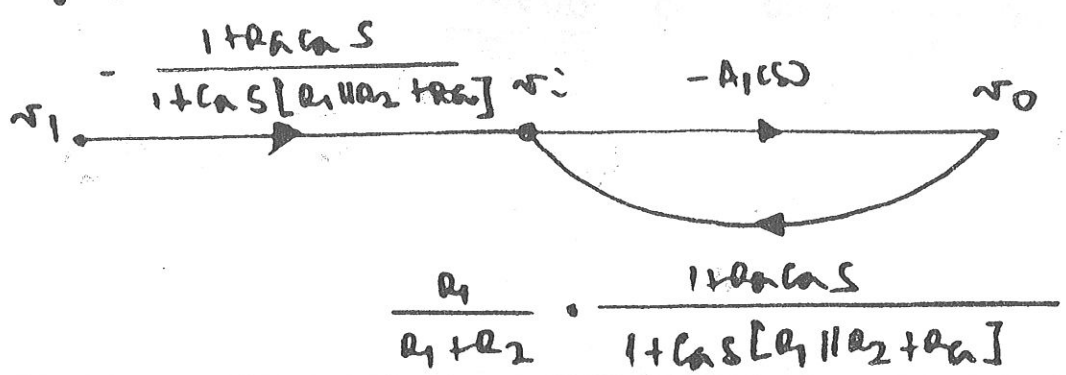
$$= v_i\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C_a s}{1+R_a C_a s}\right) =$$

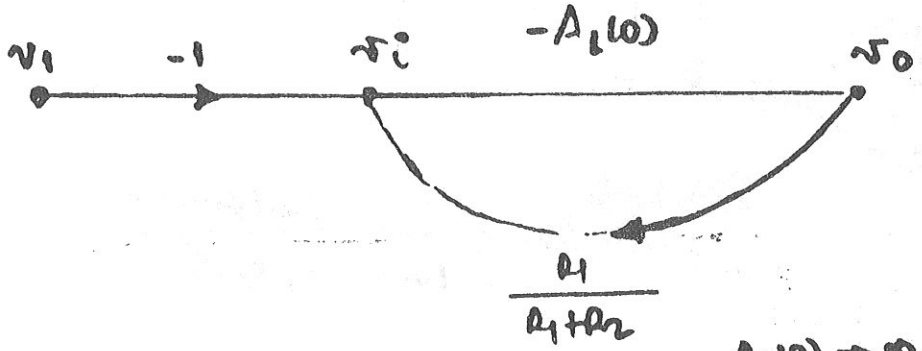
$$= v_i \frac{R_2 + R_2 R_a C_a s + R_1 + R_1 R_a C_a s + C_a s R_1 R_2}{R_1 R_2 [1+R_a C_a s]}$$

$$v_i = -v_1 \frac{[1+R_a C_a s][R_1+R_2]}{R_1+R_2+C_a s[R_1 R_a + R_2 R_a + R_1 R_2]} + v_o \frac{R_1[1+R_a C_a s]}{R_1+R_2+C_a s[R_1 R_a + R_2 R_a + R_1 R_2]}$$

$$= -v_1 \frac{1+R_a C_a s}{1+C_a s[R_1 \| R_2 + R_a]} + v_o \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{1+R_a C_a s}{1+C_a s[R_1 \| R_2 + R_a]}$$

Flujograma.-





$$\frac{v_o(0)}{v_1(0)} = \frac{A_1(0)}{1+A_1(0)\frac{R_1}{R_1+R_2}} \overset{A_1(0)\to\infty}{\cong} \frac{R_1+R_2}{R_1} = 1+\frac{R_2}{R_1} \quad \text{c.q.d.}$$

$$T(s) = A_1(s)\,\frac{R_1}{R_1+R_2}\,\frac{1+R_a C_a s}{1+s\,C_a[R_1 \| R_2 + R_a]}$$

$$z_0 = \frac{1}{R_a C_a}$$

$$p_c = \frac{1}{C_a[R_1 \| R_2 + R_a]}$$

$p_c < z_0 \Rightarrow$ se trata de una red de retardo.

2) $a_0 = 10^5$, $f_1 = 10\,kHz$, $f_2 = 3\,MHz$ y $f_3 = 30\,MHz$.

$R_1 = 20\,k\Omega$, $R_2 = 180\,k\Omega$, $(MF = 60°)$

$$T[jf] = a_0\,\frac{R_1}{R_1+R_2}\,\frac{1+R_a C_a(jf)}{1+(jf)C_a[R_1 \| R_2 + R_a]}\,\frac{1}{(1+jf/f_1)(1+jf/f_2)(1+jf/f_3)}$$

$$T[0] = 10^5\,\frac{1}{10} = 10^4 \Rightarrow \underline{\underline{80\,dB's}}$$

Consideraremos.-

$f = 1{,}399\ MHz$.-

red de compensación

$$H_c[jf] = \frac{1 + a_a c_a (jf)}{1 + (jf)\, c_a ((R_1 \| R_2) + a_a)}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi a_a c_a}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi c_a (R_1 \| R_2 + a_a)}$$

valor del módulo en el sistema sin compensar para $f = 1{,}399\ MHz$.

$$80\ dB's - 20 \log \frac{1{,}399\ 10^6}{10^4} = 80 - 42{,}91 = 37{,}09\ dB's$$

por lo cual

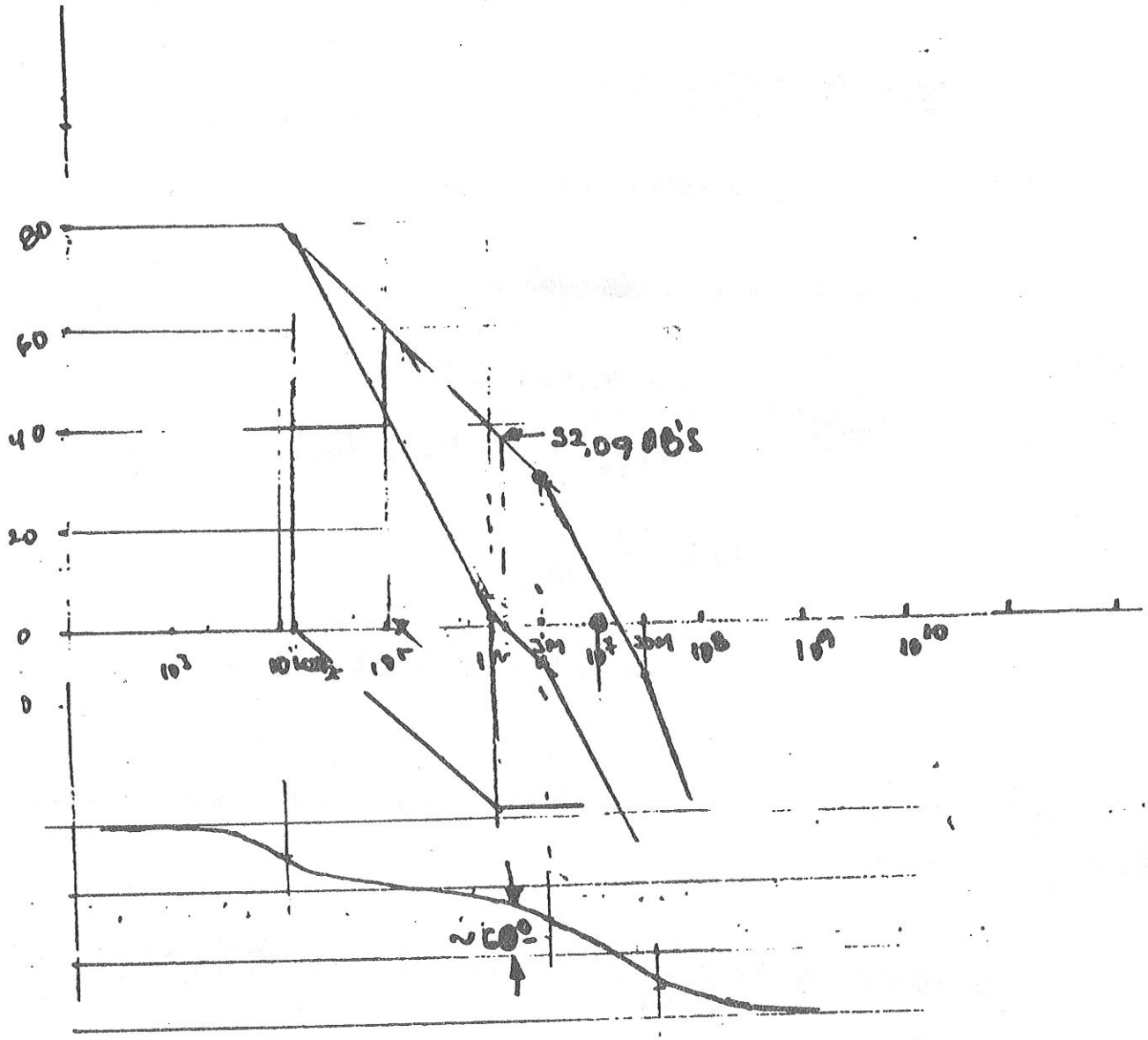
$$-37{,}09 = -20 \log \frac{f_z}{f_p} = \frac{f_z}{13{,}99\ 10^3}$$

si se elige

$f_p = 13{,}99\ 10^3$ (dos décadas atrás de la nueva frecuencia de 0 dB's)

$$\log \frac{f_z}{13{,}99\ 10^3} = \frac{37{,}09}{20} = 1{,}8545$$

$$f_z \cong 1\ MHz$$



$MF = 61° \Rightarrow \tau(j\omega) = -118°$

$$-tg^{-1}\frac{f}{10^4} - tg^{-1}\frac{f}{3\,10^6} - tg^{-1}\frac{f}{3\,10^7} = -118°$$

hipótesis: $-tg^{-1}\frac{f}{10^4} = -90°$

$-tg^{-1}\frac{f}{3\,10^7} \cong 0°$

$$-tg^{-1}\frac{f}{3\,10^6} = -28°$$

$$tg^{-1}\frac{f}{3\,10^6} = 28°$$

$$\frac{f}{3\,10^6} = 0{,}1663 \Rightarrow f = 1{,}399\ MHz$$

verificación:

$$-tg^{-1}\frac{1{,}399\,10^6}{10^4} - tg^{-1}\frac{1{,}399\,10^6}{3\,10^6} - tg^{-1}\frac{1{,}399\,10^6}{3\,10^7} =$$

$$-89{,}6 - 25 - 3{,}81° = -118{,}41 \Rightarrow MF = 61{,}6°$$

$$f_z = 1\times10^6 = \frac{1}{2\pi C_a R_a} \Rightarrow 2\pi C_a R_a = 10^{-6}$$

$$13{,}99\,10^3 = f_p = \frac{1}{2\pi C_a [R_1 \| R_2 + R_a]} = \frac{1}{2\pi C_a [18\,10^3 + R_a]}$$

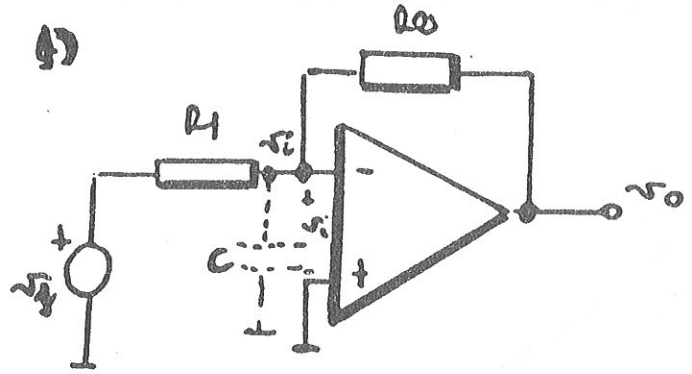
$$13{,}99\,10^3 = \frac{1}{2\pi\, 18\,10^3 C_a + 2\pi C_a R_a} = \frac{1}{2\pi\, 18\,10^3 C_a + 10^{-6}}$$

$$2\pi\, 13{,}99 \times 18\,10^3 C_a + 13{,}99\,10^{-3} = 1$$

$$C_a = \frac{1 - 13{,}99\,10^{-3}}{2\pi\, 13{,}99\, 18\,10^3} = \frac{0{,}98601}{2\pi\, 13{,}99\, 18\,10^3} = 623{,}17\,pF$$

$$R_a = \frac{10^{-6}}{2\pi C_a} = \frac{10^{-6}}{2\pi\, 623{,}17\,10^{-12}} = 255{,}39\,\Omega$$

4)



$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} - v_i C s = \frac{v_i - v_o}{R_2}$$

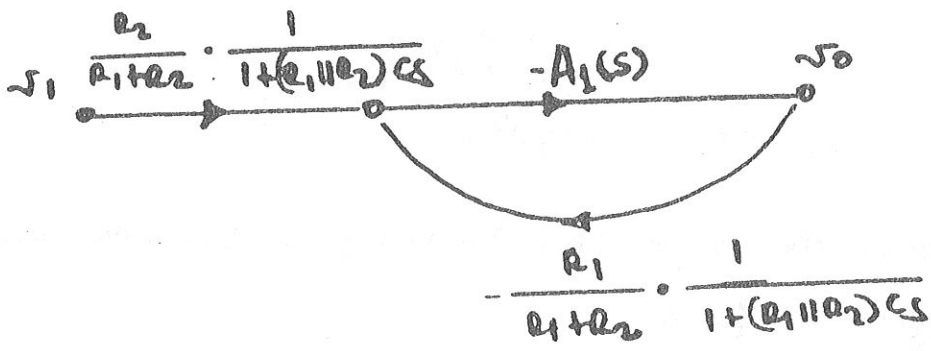
$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} = v_i \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + Cs \right] = v_i \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C s}{R_1 R_2}$$

derivándose:

$$v_i = v_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C s} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C s}$$

por otro lado: $v_o(s) = -v_i(s) A_1(s)$

Flujograma.



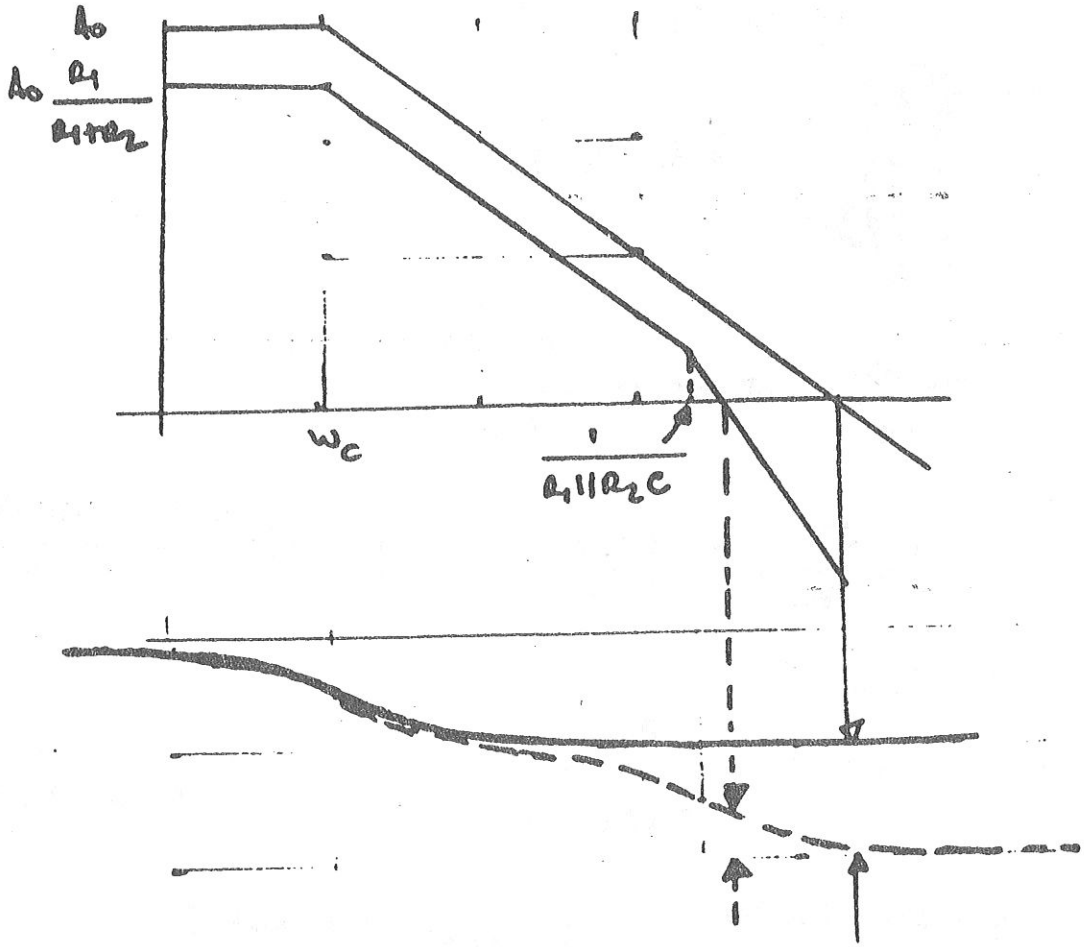
$$T(s) = A_1(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C s} = \frac{A_0 \omega_c}{s + \omega_c} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C s} =$$

$$= \frac{A_0 \omega_c}{s + \omega_c} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + (R_1 \| R_2) C s} =$$

$$= A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(1 + s/\omega_c)(1 + (R_1 \| R_2) C s)}$$

2)

Efecto de la capacidad parásita en la estabilidad



<u>Nota.-</u>

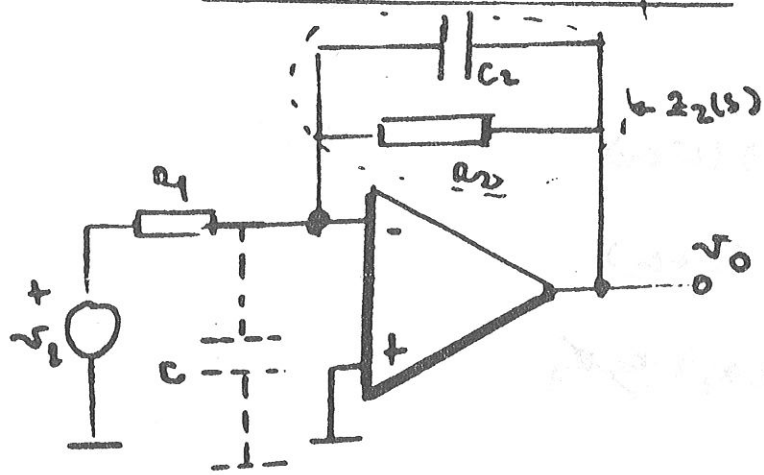
C suele ser del orden de pF. $C = k\Omega \cdot 10^{-12}$

R_1 y R_2 de kΩ a MΩ. $R = k\Omega_{\text{ó}}\ 10^3$ ó 10^6

$$\frac{1}{R_1 \| R_2 C} = \frac{10^9 \text{ ó } 10^6}{k^{\Omega}, k^{\Omega}_{\text{ó}}} \text{ rad/seg}$$

El efecto es por tanto una disminución del margen de fase.

3) TECNICA DE COMPENSACIÓN



$$Z_2(s) = \frac{R_2}{1+C_2R_2s}$$

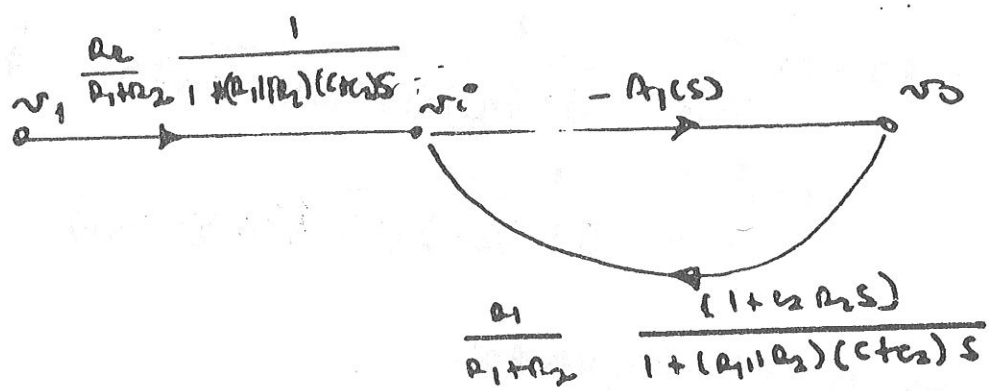
$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} - v_i Cs = \frac{v_i - v_o}{R_2}\left[1+C_2R_2s\right]$$

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_o}{R_2}\left[1+C_2R_2s\right] = v_i\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1+C_2R_2s}{R_2} + Cs\right] =$$

$$= \frac{R_2 + R_1 + R_1R_2C_2s + R_1R_2Cs}{R_1+R_2}$$

$$v_i = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_1R_2(C+C_2)s}\,v_1 + \frac{R_1(1+C_2R_2s)}{R_1+R_2+R_1R_2(C+C_2)s}\,v_o$$

Flujograma.-



$$T(s) = A_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{(1+C_2R_2s)}{(1+s/\omega_c)\left(1+(R_1\|R_2)(C+C_2)s\right)}$$

en anular el polo de alta frecuencia con el cero que proporciona el condensador de compensación, para ello:

$$C_2 R_2 = (R_1 \| R_2)(C + C_2)$$

$$= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}(C + C_2)$$

$$\cancel{C_2 R_1} + C_2 R_2 = C R_1 + \cancel{C_2 R_1}$$

$$\boxed{C_2 R_2 = C R_1}$$

si se cumple dicha condición,

$$T(s) = A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{s/\omega_c + 1}$$

por lo cual el margen de fase será mayor que 90º

b) $R_1 = 1 M\Omega$, $R_2 = 2 M\Omega$ $\quad f_{0dB's} = 5 MHz$ (LF356) $\quad$ A.O JFET (entrada)

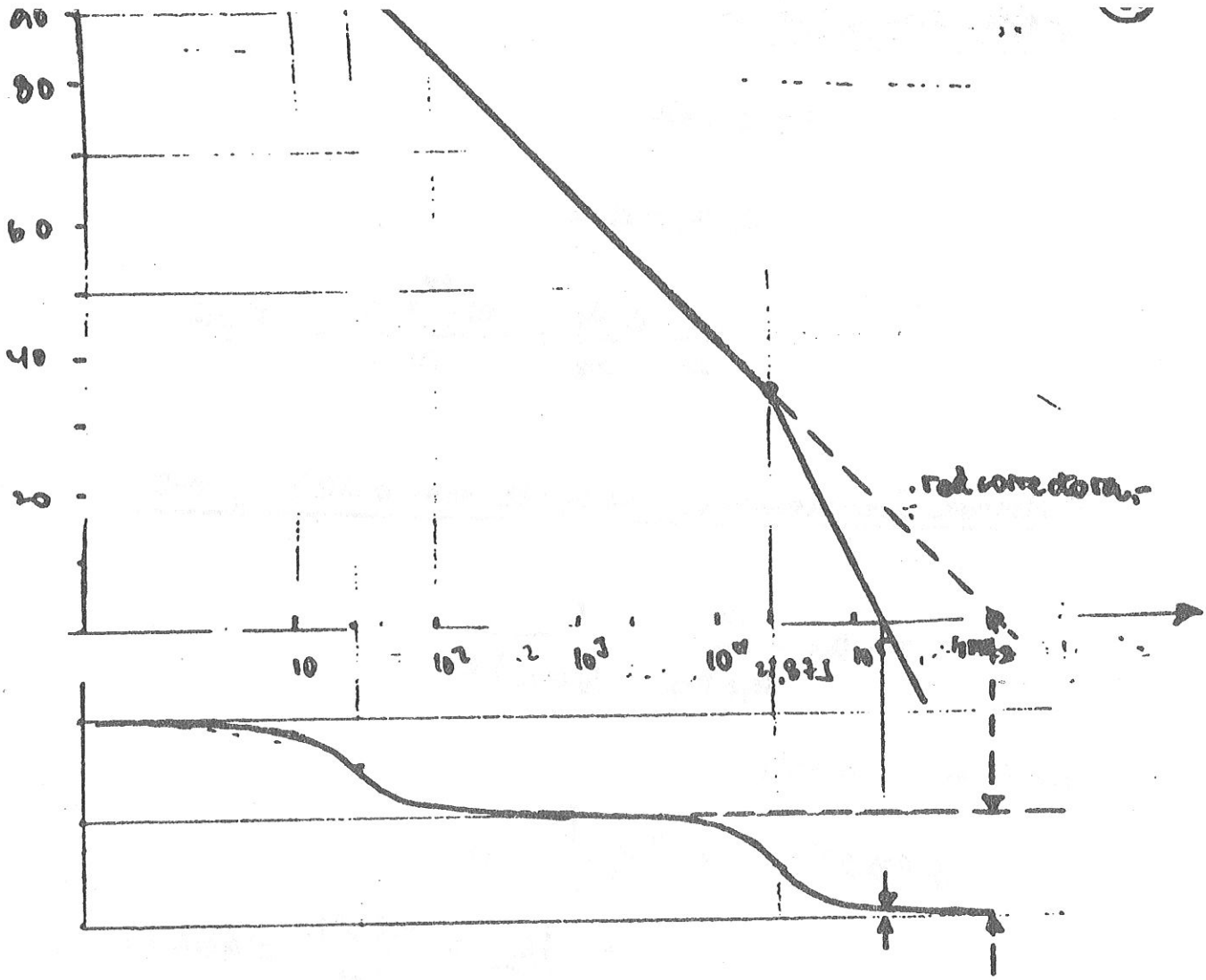
$C = 10 pF$. $\quad A_0 = 2 \cdot 10^5$ $\quad f_c = 25 Hz$

b.1) Margen de fase.-

$$T(f) = A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(1 + f/f_c)(1 + (R_1 \| R_2) C \cdot 2\pi f)} \qquad f_1 = \frac{1}{2\pi (1 \| 2) 10^6 \cdot 10^{-12}}$$

$$= 2 \cdot 10^5 \frac{1}{3} \frac{1}{(1 + f/25)(1 + f/23{,}873{,}241)} \qquad = 23.873{,}241 \, Hz$$

$$20 \log \frac{2}{3} 10^5 = 96{,}48 \, dB's$$



frequencia de corte de 0dB's

$$20\log \frac{2}{3}10^5 - 20\log \frac{23.873,241}{25} - 40\log \frac{f}{23.873,241} = 0$$

$$96,48 - 59,60 - 40\log f/_{23873,24} = 0$$

$$\log f/_{23873,24} = \frac{36,88}{40} = 0,922$$

Margem de fase:

$$f = 23873,241\ 10^{0,922}$$
$$= 199.485,52\,Hz.$$

$$\angle T(j\omega) = -tg^{-1}\frac{199.485,52}{25} - tg^{-1}\frac{199.485,52}{23873,241}$$

$$= -89,99^\circ - 83,18^\circ = 173,2^\circ \Rightarrow MF = 6,83^\circ$$

- **Red correctora.-**

Aplicando:

$$C_2 R_2 = C R_1$$

$$C_2 = \frac{C R_1}{R_2} = \frac{10^{-12} \times 1}{2} = 5\,pF$$

- **Nueva frecuencia de corte con 0 dB's y MF**

$$T(s) = A_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{1}{s/\omega_c + 1}$$

corte con 0 dB's

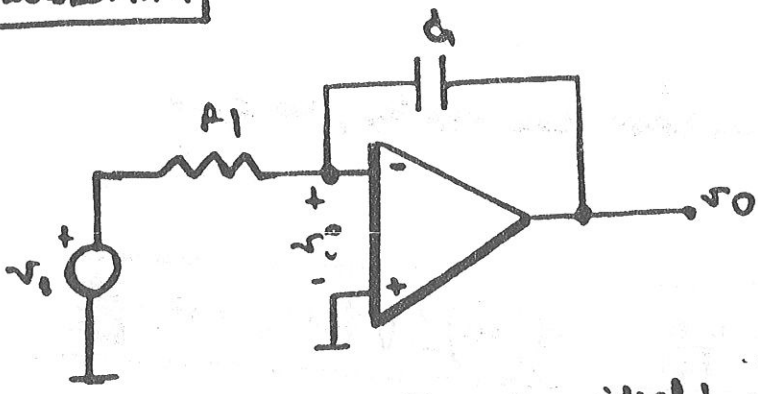
$$96{,}48\,dB's - 20 \log \frac{f}{25} = 0$$

$$\log f/25 = \frac{96{,}48}{20} = 4{,}824$$

$$f = 25\, 10^{4{,}824} = 1{,}67\,MHz$$

$$MF = tg^{-1} \frac{1{,}67\, 10^6}{25} \simeq \underline{90^\circ}$$ como se presumía.-

PROBLEMA 7



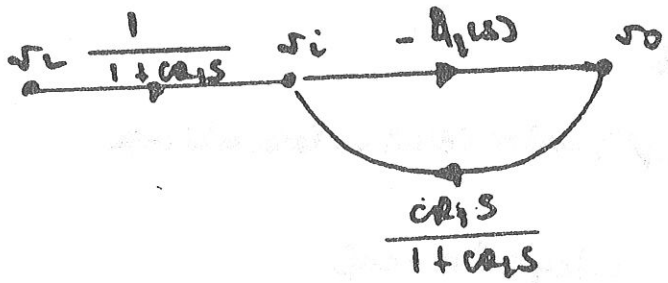
Integrador ideal! $\dfrac{v_o(s)}{v_i(s)} = -\dfrac{1}{CsR_1}$

1)

$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} = (v_i - v_o)Cs$$

$$\frac{v_1}{R_1} + v_o \cdot Cs = v_i\left[Cs + \frac{1}{R_1}\right] = v_i\,\frac{CsR_1+1}{R_1}$$

$$v_i(s) = v_1\,\frac{1}{1+CR_1s} + v_o\,\frac{CR_1s}{1+CsR_1}$$



$$T(s) = A_1(s)\,\frac{CR_1s}{1+CR_1s}$$

2)

$$\frac{v_o(s)}{v_1(s)} = \frac{-\dfrac{1}{1+CR_1s}\cdot\dfrac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}}{1+\dfrac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}\,\dfrac{CR_1s}{1+CR_1s}} = -\frac{A_0\omega_c}{(s+\omega_c)(1+CR_1s)+A_0\omega_c CR_1s} =$$

$$= -\frac{A_0\omega_c}{CR_1s^2 + s[\omega_c + CR_1\omega_c + A_0\omega_c CR_1] + \omega_c} =$$

$$= -\frac{\dfrac{A_0\omega_c}{CR_1}}{s^2 + s\left[\dfrac{\omega_c}{CR_1} + \omega_c + A_0\omega_c\right] + \dfrac{\omega_c}{CR_1}} \simeq$$

$A_0\omega_c \gg \omega_c$
$A_0\omega_c = B$
$CR_1 = T$

$$\simeq -\frac{\dfrac{B}{T}}{s^2 + s\left[\dfrac{\omega_c}{T} + B\right] + \dfrac{B}{A_0T}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\beta}{A_0 T}}$$

Las raices del denominador son reales, lo que se prueba:

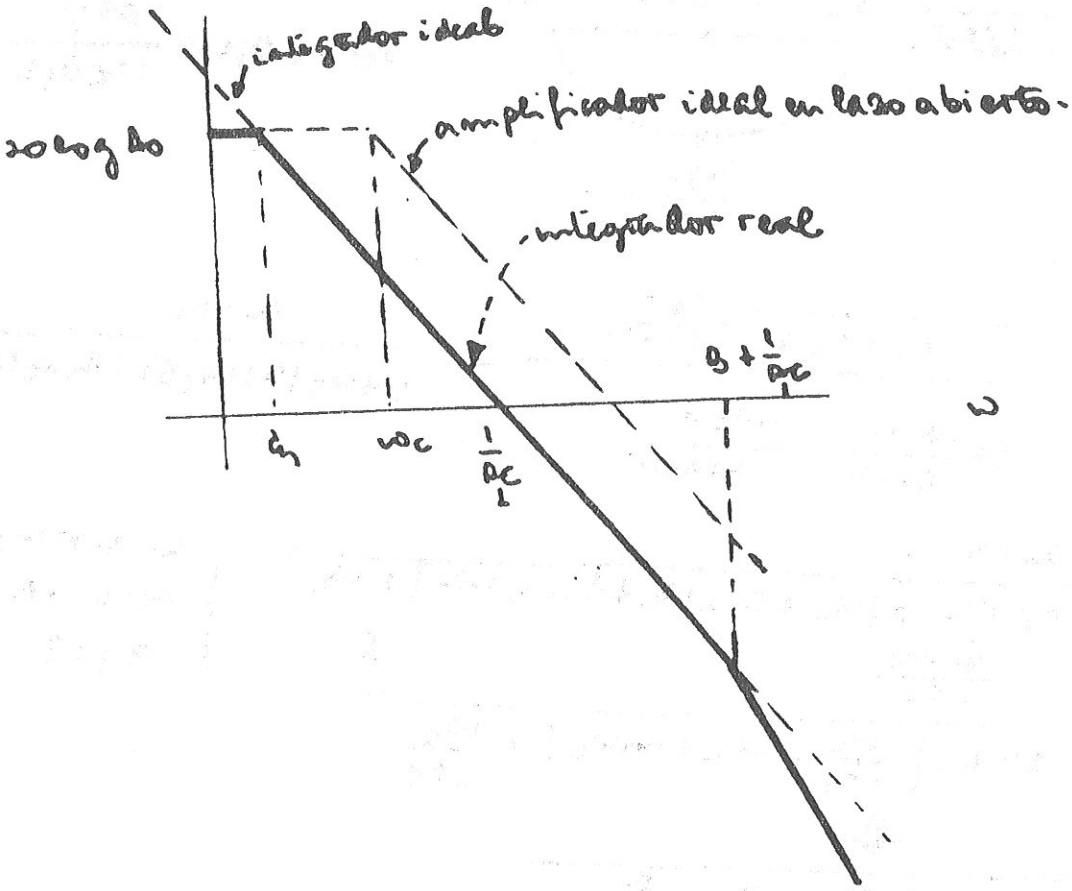
$$s_{1,2} = \frac{-\left(\frac{1}{T}+\beta\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{T}+\beta\right)^2 - \frac{4\beta}{A_0 T}}}{2} = \frac{-\left(\frac{1}{T}+\beta\right) \pm \sqrt{\frac{1}{T^2} + \frac{2\beta}{T} + \beta^2 - \frac{4\beta}{A_0 T}}}{2} =$$

$$= \frac{-\left(\frac{1}{T}+\beta\right) \pm \sqrt{\frac{1}{T^2} + \beta^2 + \frac{2\beta}{T}\left[1 - \frac{2}{A_0}\right]}}{2} \underset{1 \gg \frac{2}{A_0}}{\cong} \frac{-\left(\frac{1}{T}+\beta\right) \pm \sqrt{\frac{1}{T^2} + \frac{2\beta}{T} + \beta^2}}{2} =$$

$$= \frac{-\left(\frac{1}{T}+\beta\right) \pm \left(\frac{1}{T}+\beta\right)}{2} = \begin{cases} -\frac{1}{T} & \text{si } \beta \to 0 \\ -\left(\frac{1}{T}+\beta\right) \end{cases}$$

y,

$$\frac{v_o(\omega)}{v_i(\omega)} = A_0$$



Obtención aproximada de s_1.

Si se parte de la hipótesis que $B \gg \frac{1}{T}$

$$s^2 + s\left[\frac{\omega_c}{T} + B\right] + \frac{B}{\Delta_0 T} \simeq s^2 + sB + \frac{B}{\Delta_0 T} =$$

si se añade el término $\frac{1}{\Delta_0 T}$ al coeficiente de 1er orden apenas se modifica ya que $B \gg \frac{1}{\Delta_0 T}$

$$s^2 + s\left[B + \frac{1}{\Delta_0 T}\right] + \frac{B}{\Delta_0 T} = \left(s + \frac{1}{\Delta_0 T}\right)(s+B) = 0$$

por consiguiente:

$$s_1' = -\frac{1}{\Delta_0 T} = -\frac{1}{\Delta_0 R_1 C}$$

$$s_2' = B$$

comparando s_2' con s_2 obtenida anteriormente

$$s_2 = B + \frac{1}{RC} \simeq B = s_2'$$

de la hipótesis de partida $B \gg \frac{1}{RC}$

<u>Respuesta a un escalón de tensión:</u>

Si se considera:

$$\frac{v_0(s)}{v_1(s)} = \frac{-B/T}{\left(s + \frac{1}{\Delta_0 T}\right)(s+B)}$$

La respuesta a un escalón $-u(t)$ será

$$v_0(s) = \frac{+B/T}{s\left(s + \frac{1}{\Delta_0 T}\right)(s+B)}$$

valor inicial:

$$v_o(0) = \lim_{s \to \infty} s\, v_o(s) = 0$$

valor final:

$$v_o(\infty) = \lim_{s \to 0} s\, v_o(s) = A_o$$

descomposición en fracciones parciales.

$$v_o(s) = \frac{B/T}{s\left(s+\frac{1}{A_oT}\right)(s+B)} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+\frac{1}{A_oT}} + \frac{k_3}{s+B}$$

cálculo de los coeficientes

$k_1 = 0$

$$k_2 = \left.\frac{B/T}{s(s+B)}\right|_{s=-\frac{1}{A_oT}} = \frac{-B/T}{\frac{1}{A_oT}\left[-\frac{1}{A_oT}+B\right]} = \frac{-A_oB}{B-\frac{1}{A_oT}}$$

$$k_3 = \left.\frac{B/T}{s\left(s+\frac{1}{A_oT}\right)}\right|_{s=-B} = \frac{+B/T}{-B\left(-B+1/A_oT\right)} = \frac{-1/T}{\left(-B+\frac{1}{A_oT}\right)}$$

$$v_o(t) = \left[A_o - \frac{A_oB}{B-\frac{1}{A_oRC}}e^{-\frac{t}{A_oRC}} + \frac{1/RC}{B-\frac{1}{A_oRC}}e^{-Bt}\right]u(t)$$

$$= A_o\left[1 - \frac{B}{B-\frac{1}{A_oRC}}e^{-\frac{t}{A_oRC}} + \frac{\frac{1}{A_oRC}}{B-\frac{1}{A_oRC}}e^{-Bt}\right]u(t)$$

véase que efectivamente: $v_o(0) = A_o$ y $v_o(0) = 0$

si se considera: $B \gg \frac{1}{A_oRC}$

$$\boxed{v_o(t) \simeq A_o\left[1 - e^{-t/A_oRC} + \frac{1}{A_oBRC}e^{-Bt}\right]u(t)}$$

Representación gráfica.-

Puntos críticos.

$$v_o'[t] = A_0 \left[\frac{1}{A_0 R_1 C} e^{-t/A_0 R_1 C} - \frac{e^{-Bt}}{A_0 R_1 C} \right] = 0$$

$$e^{-\frac{t_c}{A_0 R_1 C}} = e^{-\frac{B t_c}{A_0 R_1 C}}$$

$$e^{\left(B - \frac{1}{A_0 R_1 C}\right) t_c} = 1 \Rightarrow t_c = 0$$

Punto de inflexión:

$$v_o''[t] = \frac{1}{R_1 C} \left[-\frac{1}{A_0 R_1 C} e^{t_i/A_0 R_1 C} + B e^{-B t_i} \right] = 0$$

$$A_0 R_1 C B = e^{\left(B - \frac{1}{A_0 R_1 C}\right) t_i}$$

$$t_i = \frac{\ln(A_0 R_1 C B)}{B - \frac{1}{A_0 R_1 C}} \simeq \frac{1}{B} \ln A_0 R_1 C B$$

$$v_o'''[t]\Big|_{t=t_i} = \frac{1}{R_1 C} \left[\frac{1}{(A_0 R_1 C)^2} e^{-t_i/A_0 R_1 C} - B^2 e^{-B t_i} \right] \neq 0$$

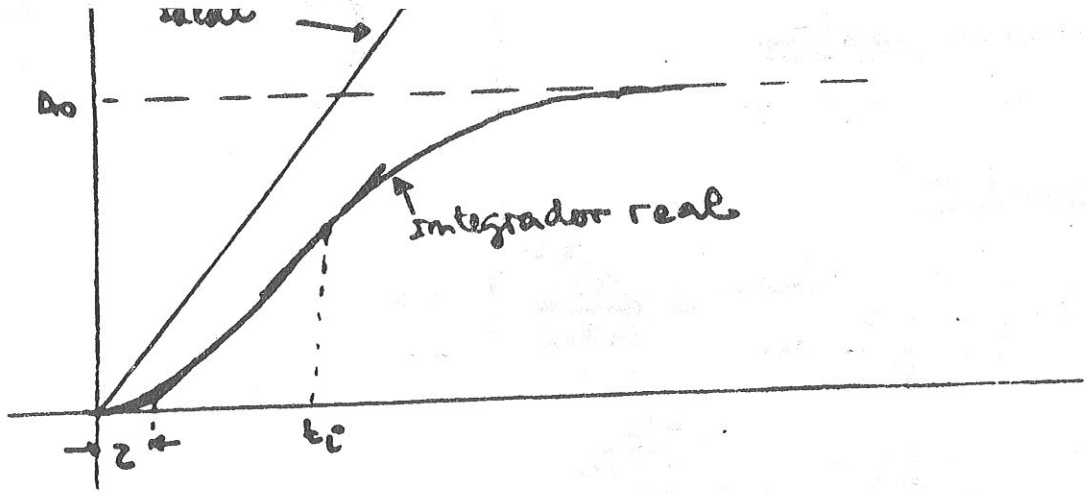
se trata por tanto de un punto de inflexión.

Integrador ideal

$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = -\frac{1}{R_1 C s}$$

responde a $-u(t)$

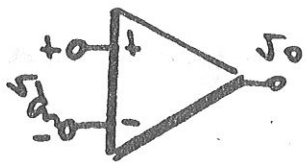
$$v_o(s) = -\frac{1}{R_1 C s^2} \qquad v_o(t) = -\frac{1}{R_1 C} t$$



CONCLUSION.- Se observa un cambio cualitativo en el tipo de respuesta, y un retardo en la misma τ

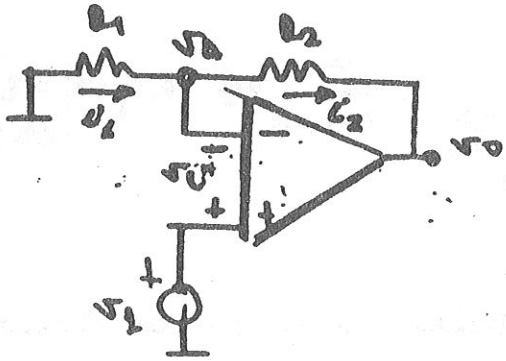
PROBLEMA 8

De la figura 8.1 se deduce:



$$\frac{v_o(s)}{v_d(s)} = A_1(s) = \frac{A_o w_c}{s + w_c}$$

a) <u>Análisis de la configuración no inversora</u>



$$v_i = v_1 - v_A \quad (1)$$

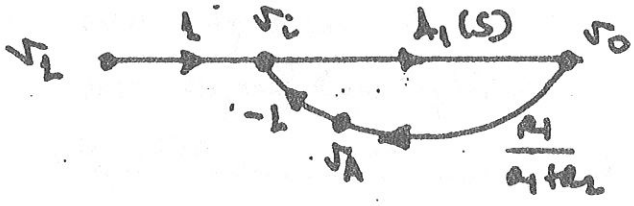
Se. $i_1 = i_2$, se deduce:

$$-\frac{v_A}{R_1} = \frac{v_A - v_o}{R_2}$$

$$v_A\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] = \frac{v_o}{R_2}$$

$$v_A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_o \quad (2)$$

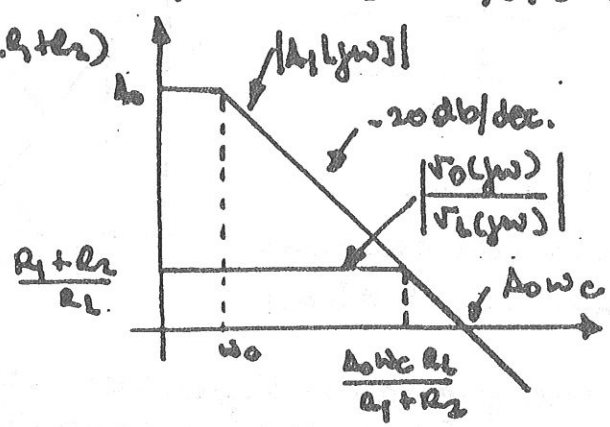
A partir de las igualdades (1) y (2) puede construirse el siguiente flujograma.



$$\frac{v_o(s)}{v_1(s)} = \frac{A_1(s)}{1 + A_1(s)\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{\frac{A_o w_c}{s+w_c}}{1 + \frac{A_o w_c}{s+w_c}\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{A_o w_c (R_1+R_2)}{s(R_1+R_2) + w_c(R_1+R_2+A_o R_1)}$$

$$\cong \frac{A_o w_c (R_1+R_2)}{s(R_1+R_2) + A_o w_c R_1} = \frac{\cancel{A_o w_c}(R_1+R_2)}{\cancel{A_o w_c} R_1} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_o w_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\frac{s}{\frac{A_o w_c R_1}{R_1+R_2}} + 1}$$

si $A_o R_1 \gg (R_1+R_2)$



en la configuración no inversora es:

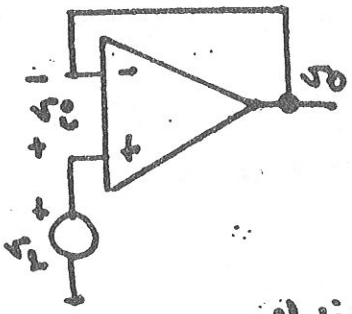
$$B_{ANOW} = \frac{R_1+R_2}{R_L} \cdot A_0 \omega_c \frac{R_1}{R_1+R_2} = A_0 \omega_c = B$$

y que coincide con el producto ganancia-ancho de banda del A.O.-

Obsérvese que

$$A_L(j\omega) = \frac{A_0}{1+j\omega/\omega_c} \underset{\omega = A_0\omega_c}{\simeq} \frac{A_0}{1+j\frac{A_0\omega_c}{\omega_c}} = \frac{A_0}{1+jA_0} \Rightarrow |A_L(j\omega)| \cong L \quad \omega = A_0\omega_c$$

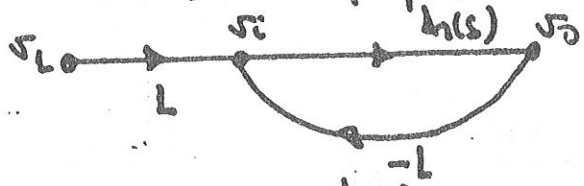
b) Análisis de la configuración seguidor de tensión



$$v_i = v_L - v_o \quad (3)$$

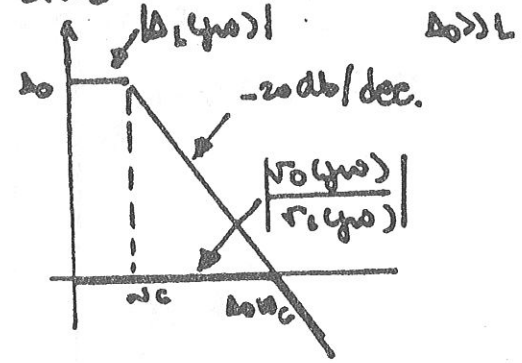
$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = A_1(s) \quad (4)$$

De las expresiones (3) y (4) se deriva el siguiente flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_L(s)} = \frac{A_1(s)}{1+A_1(s)} = \frac{\frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}}{1+\frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}} = \frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c(A_0+1)} \underset{A_0 \gg L}{\simeq} \frac{A_0\omega_c}{s+A_0\omega_c} =$$

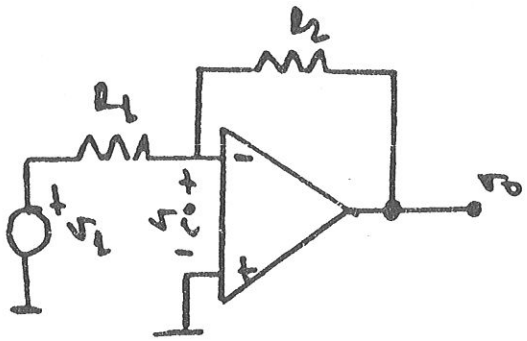
$$= \frac{1}{\frac{s}{A_0\omega_c}+L}$$



Véase que también en este caso el producto ganancia-ancho de banda es igual al del A.O.

<u>Nota</u>: Obsérvese que la configuración seguidor de tensión es un caso particular de la configuración no inversora, cuando $\frac{R_1}{R_2}$

c) Análisis de la configuración inversora



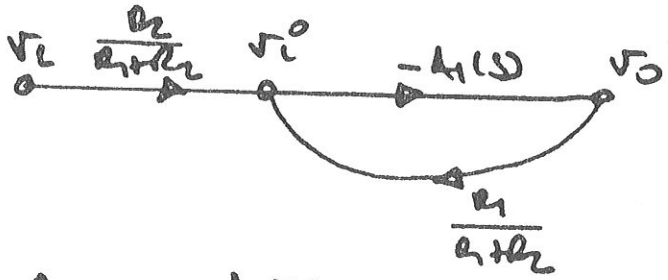
$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = -A_1(s) \quad (5)$$

$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} = \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (6)$$

De la ecuación (6) se deriva:

$$v_i = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_1 + \frac{R_1}{R_1+R_2} v_o \quad (7)$$

Las expresiones (5) y (6) pueden ser utilizadas para la construcción del siguiente flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_1(s)} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \frac{-A_1(s)}{1 + A_1(s)\frac{R_1}{R_1+R_2}} = -\frac{R_2}{R_1+R_2} \frac{\frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}}{1 + \frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}\frac{R_1}{R_1+R_2}} =$$

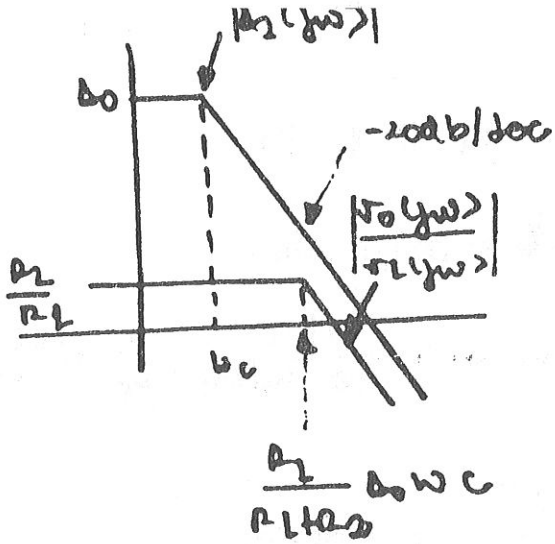
$$= -R_2 A_0 \omega_c \frac{1}{s(R_1+R_2) + \omega_c[R_1+R_2+A_0R_1]} \cong$$

$$\cong -\frac{R_2 A_0 \omega_c}{R_1 A_0 \omega_c} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} \quad A_0R_1 \gg R_1+R_2$$

$$B_{inv} = \frac{R_2}{R_1} \frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2} < A_0\omega_c = B$$

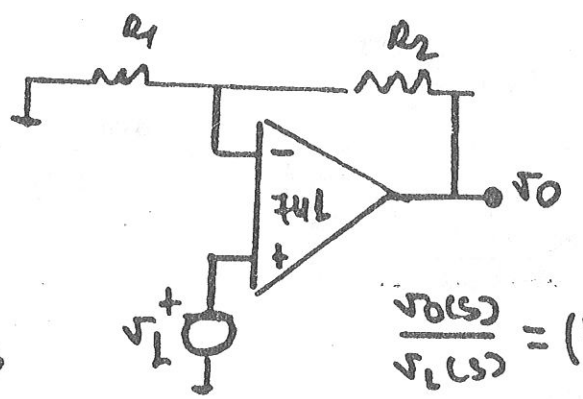
para el caso que $R_2 \gg 1$

$$B_{inv} \simeq B$$


|A_2(jω)|
A_0
-20db/dec
|v_o(jω)| / |v_i(jω)|
R_2 / R_1
ω_c
R_2 / (R_1+R_2) A_0 ω_c

PROBLEMA 9

a)



$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\dfrac{s}{\dfrac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2}}+1}$$

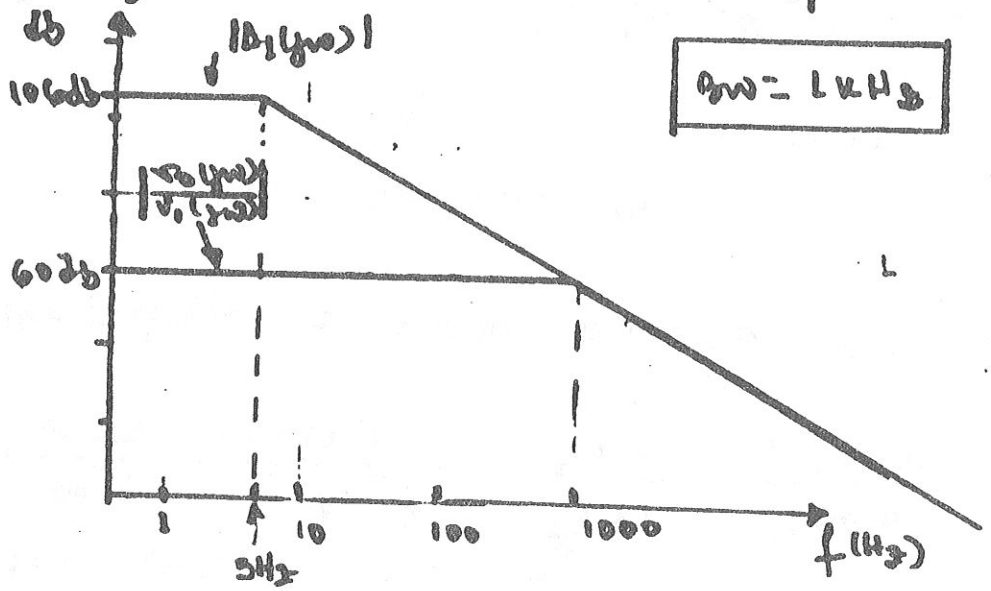
$A_0 = 2\times10^5$

$f_c = 5\,Hz$

$A_0|_{dB} \cong 106\,dB$

$$BW = \frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2} = \frac{A_0 \omega_c}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\,10^5 \times 2\pi \times 5}{1000} = 2\pi\, 10^3\ rad/s$$

$\left.\frac{v_o(0)}{v_i(0)}\right|_{dB} = 60\,dB$



$$\boxed{BW = 1\,kHz}$$

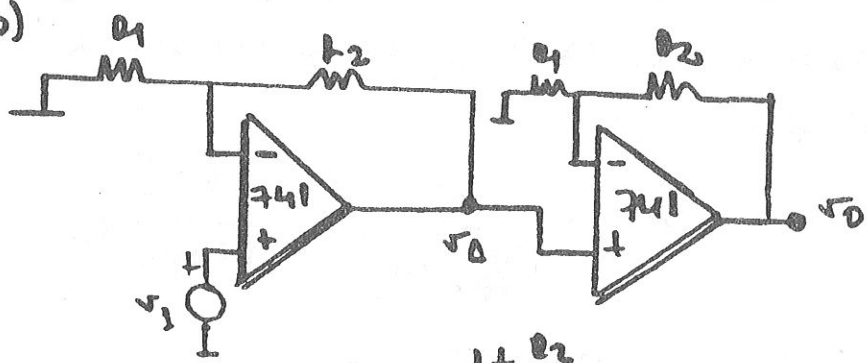
$$\frac{R_1+R_2}{1000}$$

$R_2 = 999\,R_1$

Si $R_1 = 1\,k\Omega \Rightarrow R_2 = 999\,k\Omega$

Yaque el producto-ganancia-ancho de banda es constante, resulta imposible conseguir un ancho de banda $\geq 20\,kHz$ con una ganancia de 1000 (60 db) mediante esta configuración. Por eso mal se recurrirá al siguiente circuito.

b)



$$H_1(s) = \frac{v_A}{v_i} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\dfrac{s}{\dfrac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2}}+1} \qquad H_2(s) = \frac{v_D}{v_A} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\dfrac{s}{\dfrac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2}}+1}$$

La función de transferencia $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ viene dada en este caso por:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2}{\left[\frac{s}{\frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2}}+1\right]^2} \quad , \quad \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H_1(s) \cdot H_2(s)$$

$$\left[1+\frac{R_2}{R_1}\right]^2 = 1000$$

$$1+\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{1000} = 31{,}622777$$

$$R_2 = 30{,}622777 \; R_1$$

si se toma $R_1 = 1k\Omega$

entonces: $R_2 \simeq 30{,}62 \, k\Omega$

el ancho de banda de cada una de las etapas es:

$$BW_1 = BW_2 = \frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2} = \frac{A_0 \omega_c}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\times10^5 \times 2\pi \times 5}{\sqrt{1000}} = \frac{2\pi \, 10^6}{\sqrt{1000}} = 2\pi \, 31622{,}77$$

$$BW_1 = BW_2 = 31{,}6227 \, kHz.$$

<u>Nueva frecuencia de corte. (ω_{-3db})</u>

En el caso de un amplificador con polos reales múltiples, su función de transferencia viene dada:

$$A(s) = \frac{A(0)}{\left(\frac{s}{p_0}+1\right)^m} = \frac{A(0)\, p_0^m}{(s+p_0)^m}$$

$$|A(j\omega_{-3db})| = \frac{A(0)}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta(j\omega_{-3db}) = \frac{\Delta(0)}{\left\{1+\left(\frac{\omega_{-3db}}{p_0}\right)^2\right\}^{n/2}} = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{2}}$$

de la expresión anterior se deduce que:

$$BW = \omega_{-3db} = p_0\sqrt{2^{1/n}-1}$$

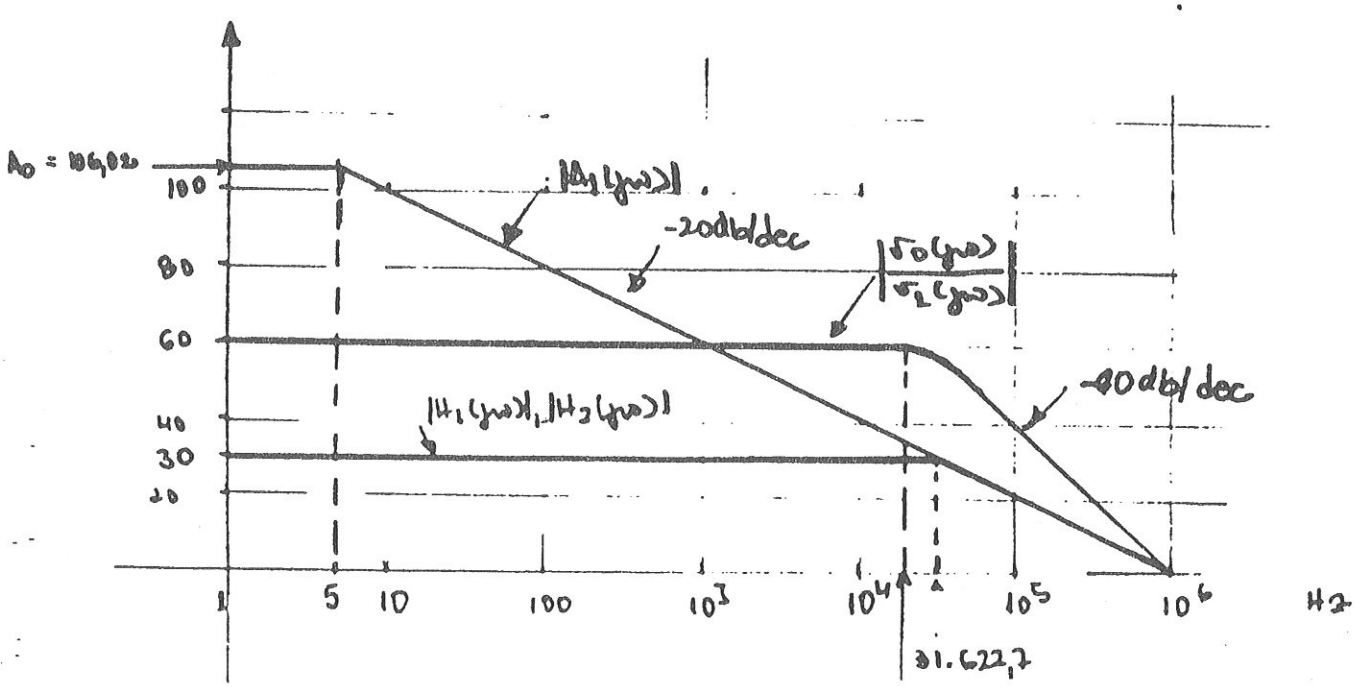
En el caso que estamos analizando:

$p_0 = BW_1 = BW_2 = 31.6227$ KHz

$n=2$

$$BW = 31{,}6227\sqrt{2^{1/2}-1} = 20{,}352 \text{ KHz.-}$$

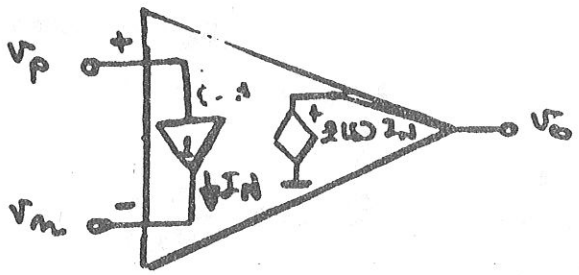
que cumple las especificaciones del diseño.-

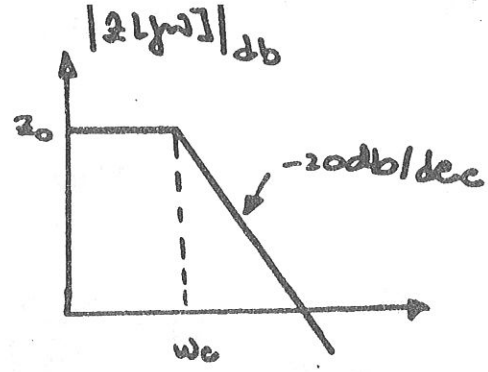


$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 20\log(1000)^{1/2} = 10\log 10^3 = 30db$$

$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 20\log 1000 = 60db$$

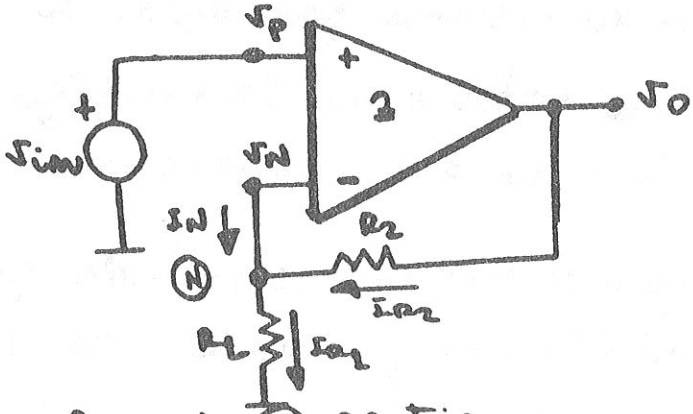
PROBLEMA 10





$v_p = v_N$

$$Z(s) = \frac{Z_0\,\omega_c}{s+\omega_c} = \frac{Z_0}{s/\omega_c + 1}$$



1)

Para el nodo N se tiene:

$$I_N = I_{RL} - I_{R2}$$

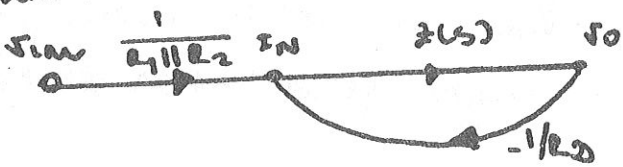
$$I_N = \frac{v_N}{R_L} - \frac{v_o - v_N}{R_2}$$

ya que: $v_N = v_p = v_{IN}$

$$I_N = \frac{v_{IN}}{R_L} - \frac{v_o - v_{IN}}{R_2} = \frac{v_{in}}{R_L \| R_2} - \frac{v_o}{R_2}$$

$$v_o = Z(s)\, I_N$$

Flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \frac{1}{R_L \| R_2}\,\frac{Z(s)}{1+\frac{Z(s)}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}\,\frac{Z(s)}{\frac{1}{R_2}\left(R_2 + Z(s)\right)} =$$

$$= \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1+\frac{R_2}{Z(s)}} = \left(1+\frac{R_2}{R_L}\right)\frac{1}{1+\frac{1}{T(s)}}$$

donde: $T(s) = \frac{Z(s)}{R_2}$

2) Para el caso: $z(s) = \dfrac{z_0}{1 + s/\omega_c}$

$z(0) = z_0$ ($z_0 = \infty$, con signo de igualdad)

$z_0 \gg R_2$, $z_0 \to \infty$

$$\frac{v_o(0)}{v_{in}(0)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{z_0}{R_2}}} \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

que es la misma ganancia a baja frecuencia que se obtenía en la configuración no inversora con un A.O. convencional

Véase que el mismo resultado podría haberse obtenido, suponiendo $I_N = I_P = 0$

$$v_N = v_{in} = v_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{v_o}{v_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

resultado que es congruente con el hecho de considerar $z_0 = \infty$

$$v_o(0) = z_0 I_N \Rightarrow I_N = 0$$

Con estas consideraciones puede realizarse un análisis a bajas frecuencias de estos amplificadores

3) Independencia del ancho de banda y la ganancia.

$$Z(s) = \frac{Z_0}{1 + s/\omega_c}$$

$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z(s)}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z_0}\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)} \qquad \frac{R_2}{Z_0} \ll 1$$

$$\cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + s\frac{1}{\omega_c \frac{Z_0}{R_2}}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_a}}$$

donde $\omega_a = \omega_c \frac{Z_0}{R_2}$

véase que ω_a (ancho de banda) depende sólo de R_2.

Elegido un valor de ancho de banda (R_2), variando R_1: puede variarse la ganancia con independencia del ancho de banda

4) Catodel CLC 401 de COMLINEAR

$Z_0 = 710\,k\Omega$

$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 350\,kHz.$

Determinar R_2 para un ancho de banda de 100 MHz

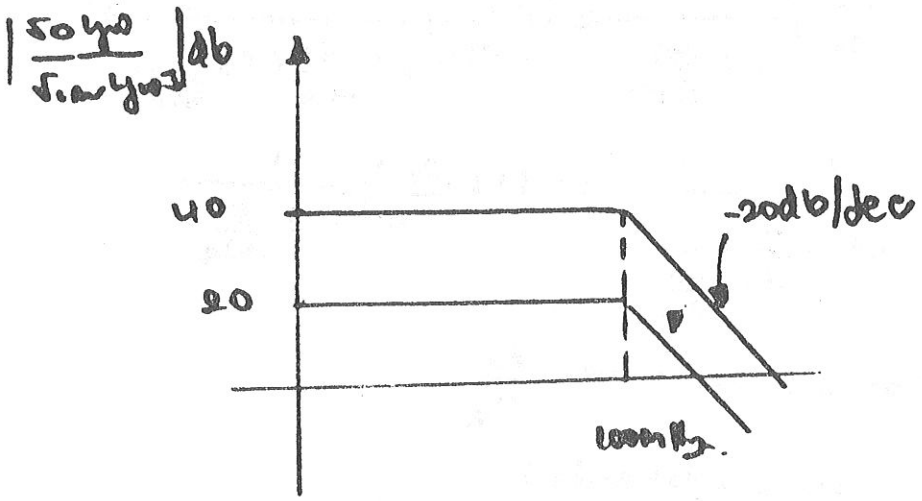
$\frac{\omega_a}{2\pi} = f_a = 1\,V$ $\qquad f_a = f_c \frac{Z_0}{R_2}$

$$R_2 = \frac{f_c}{f_a} Z_0 = \frac{350\,10^3}{10^8} 710\,k\Omega =$$

$$= 350 \cdot 10^{-5} \cdot 710\,k\Omega = 2{,}485\,k\Omega$$

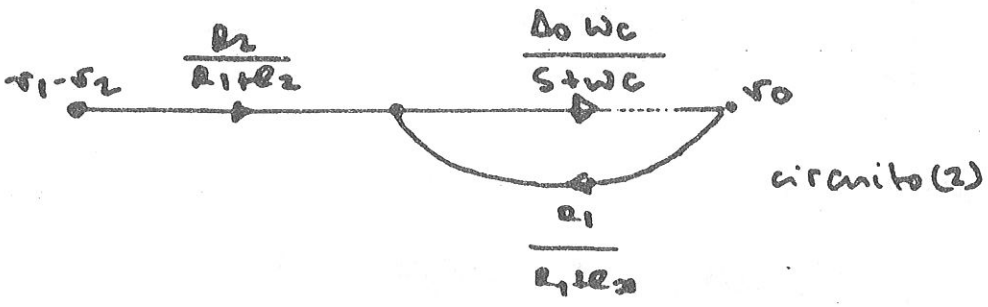
$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 10 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{9} = \frac{2{,}485}{9} = 276\,\Omega$$

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 100 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{99} = \frac{2{,}485}{99} = 25{,}10\,\Omega$$



PROBLEMA 11

En el caso de tomar el A.O con polaridad invertida al caso previamente analizado; el flujograma será:



2)

circuito (1) $\quad T_1(s) = \frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c} \frac{R_1}{R_1+R_2}$

circuito (2) $\quad T_2(s) = -\frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c} \frac{R_1}{R_1+R_2}$

3)

circuito (1) $\quad 1 + T_1(s) = 0 \qquad 1 + \frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c} \frac{R_1}{R_1+R_2} = 0$

$$(s+\omega_c)(R_1+R_2) + A_0 R_1 \omega_c = 0$$

$$s(R_1+R_2) + \omega_c (R_1+R_2+A_0 R_1) = 0$$

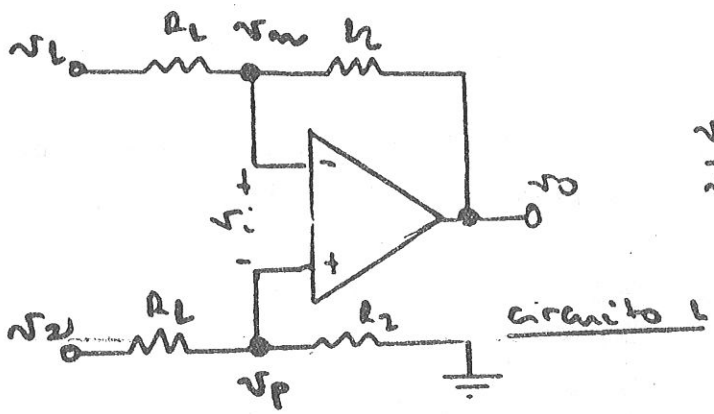
$$s = -\frac{\omega_c (R_1+R_2+A_0 R_1)}{R_1+R_2} \underset{A_0 R_1 \gg R_1+R_2}{\simeq} -\frac{\omega_c A_0 R_1}{R_1+R_2}$$

que es un polo situado en el semiplano izquierdo por lo cual esta configuración es ESTABLE

circuito (2), Si se realizan pasos análogos a los desarrollados en la anterior configuración, se desprende

$$s \simeq \frac{\omega_c A_0 R_1}{R_1+R_2} \quad (4)$$

lo que indica que esta configuración es INESTABLE.



$$\frac{v_0(s)}{v_i(s)} = -\frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c}$$

circuito 1

1) Flujogramas.

$$\begin{cases} v_p = v_2 \dfrac{R_2}{R_1+R_2} \quad (1), \qquad v_m = v_p + v_i \quad (2) \\[2ex] \dfrac{v_1 - v_m}{R_1} = \dfrac{v_m - v_0}{R_2} \quad (3) \end{cases}$$

De (3) se deduce:

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_0}{R_2} = v_m\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = v_m \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}$$

$$v_m = v_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

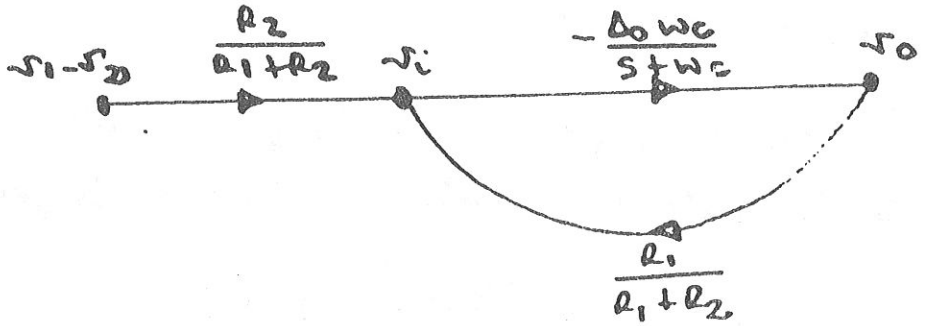
Introduciendo en la anterior expresión (1) y (2) deviene:

$$v_m \overset{(2)}{=} v_p + v_i \overset{(1)}{=} v_2 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_i = v_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

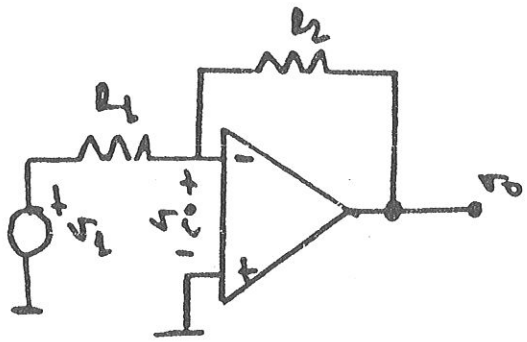
Obteniéndose:

$$v_i = (v_1 - v_2)\frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Dedaciéndose:



c) Análisis de la configuración inversora



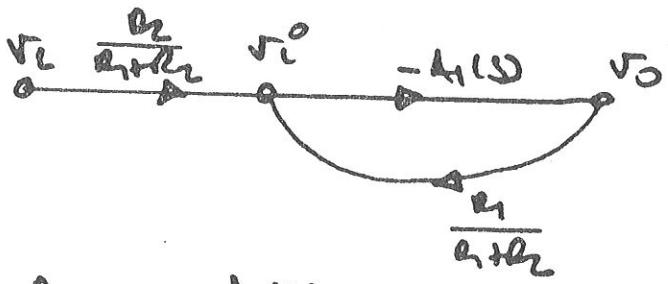
$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = -A_1(s) \quad (5)$$

$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} = \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (6)$$

De la ecuación (6) se deriva:

$$v_i = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_1 + \frac{R_1}{R_1+R_2} v_o \quad (7)$$

Las expresiones (5) y (6) pueden ser utilizadas para la construcción del siguiente flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_1(s)} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \frac{-A_1(s)}{1 + A_1(s)\frac{R_1}{R_1+R_2}} = -\frac{R_2}{R_1+R_2} \frac{\frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c}}{1 + \frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}\frac{R_1}{R_1+R_2}} =$$

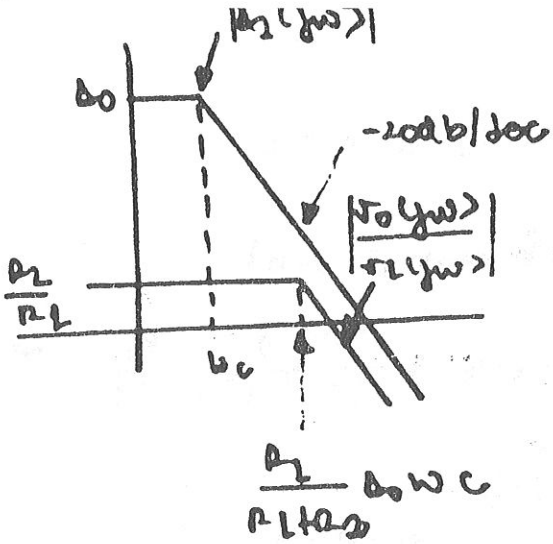
$$= -R_2 A_0 \omega_c \frac{1}{s(R_1+R_2) + \omega_c[R_1+R_2+A_0R_1]} \cong$$

$$\cong -\frac{R_2 A_0 \omega_c}{R_1 A_0 \omega_c} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} \quad A_0R_1 \gg R_1+R_2$$

$$B_{inv} = \frac{R_2}{R_1} \frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2} < A_0\omega_c = B$$

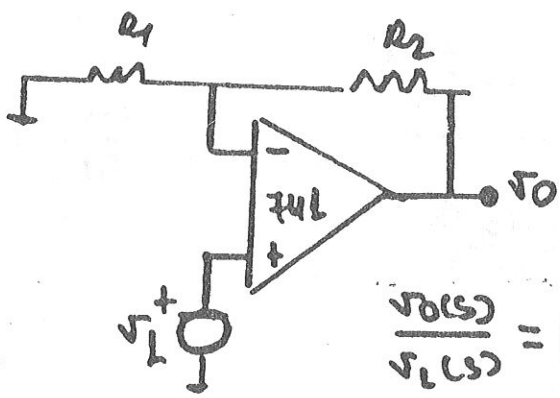
para el caso que $R_2 \gg 1$

$$B_{inv} \simeq B$$


|A2(jω)|
A0
-20db/dec
|V0(jω)| / |V2(jω)|
R2 / RL
ωc
R2 / (RL+R2) A0 ωc

PROBLEMA 9

a)



$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2}}+1}$$

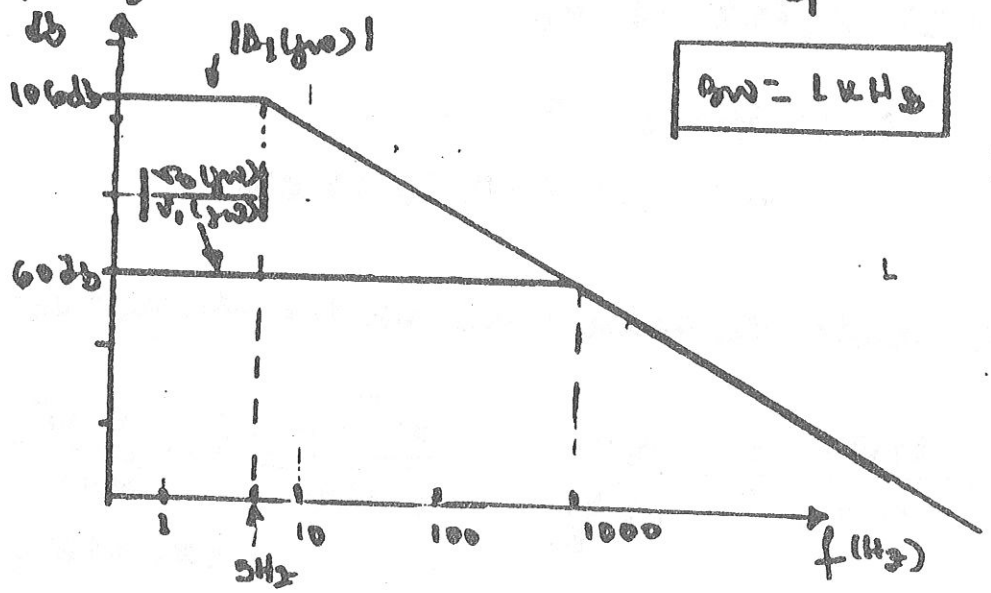
$A_0 = 2\times10^5$

$f_c = 5\,Hz$

$A_0|_{dB} \cong 106\,db$

$$BW = \frac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2} = \frac{A_0 W_c}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\,10^5 \times 2\pi \times 5}{1000} = 2\pi\, 10^3\ rad/s$$

$\left.\frac{v_o(0)}{v_i(0)}\right|_{db} = 60dB$



$$\boxed{BW = 1\,kHz}$$

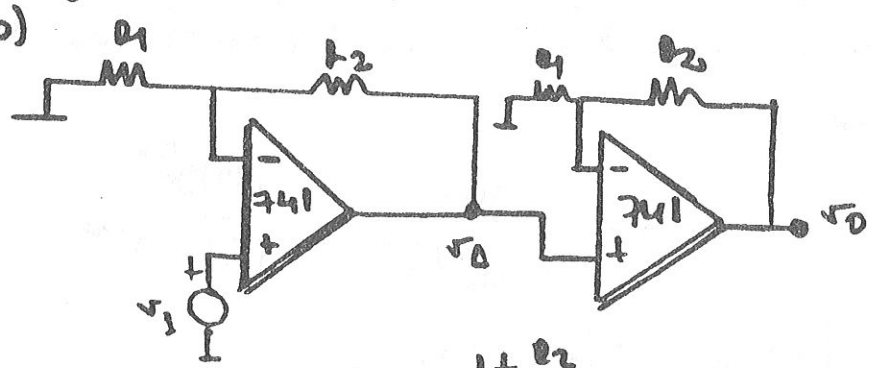
$$\frac{R_1+R_2}{1000}$$

$R_2 = 999 R_1$

Si $R_1 = 1k\Omega \Rightarrow R_2 = 999\,k\Omega$

Yaque el producto-ganancia-ancho de banda es constante, resulta imposible conseguir un ancho de banda $\geq 20\,kHz$ con una ganancia de 1000 (60 db) mediante esta configuración. Por eso cual se recurrirá al siguiente circuito.

b)



$$H_1(s) = \frac{v_A}{v_i} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\frac{s}{\frac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2}}+1} \qquad H_2(s) = \frac{v_o}{v_A} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\frac{s}{\frac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2}}+1}$$

La funcion de transferencia $\frac{V_0(s)}{V_1(s)}$ viene dada en este caso por:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2}{\left[\frac{s}{\frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2}}+1\right]^2} \quad , \quad \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = H_1(s) \cdot H_2(s)$$

$$\left[1+\frac{R_2}{R_1}\right]^2 = 1000$$

$$1+\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{1000} = 31,622777$$

$$R_2 = 30,622777 \; R_1$$

si se toma $R_1 = 1k\Omega$

entonces: $R_2 \simeq 30,62 \, k\Omega$

el ancho de banda de cada una de las etapas es:

$$BW_1 = BW_2 = \frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2} = \frac{A_0 \omega_c}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\times10^5 \times 2\pi \times 5}{\sqrt{1000}} = \frac{2\pi \, 10^6}{\sqrt{1000}}$$

$$= 2\pi \, 31622,77$$

$$BW_1 = BW_2 = 31,6227 \, kHz.$$

<u>Nueva frecuencia de corte. (ω_{-3db})</u>

En el caso de un amplificador con polos reales múltiples, su función de transferencia viene dada:

$$A(s) = \frac{A(0)}{\left(\frac{s}{p_0}+1\right)^m} = \frac{A(0)\, p_0^m}{(s+p_0)^m}$$

$$|A(j\omega_{-3db})| = \frac{A(0)}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta(j\omega_{-3db}) = \frac{\Delta(0)}{\left\{1+\left(\frac{\omega_{-3db}}{p_0}\right)^2\right\}^{n/2}} = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{2}}$$

de la expresión anterior se deduce que:

$$BW = \omega_{-3db} = p_0\sqrt{2^{1/n}-1}$$

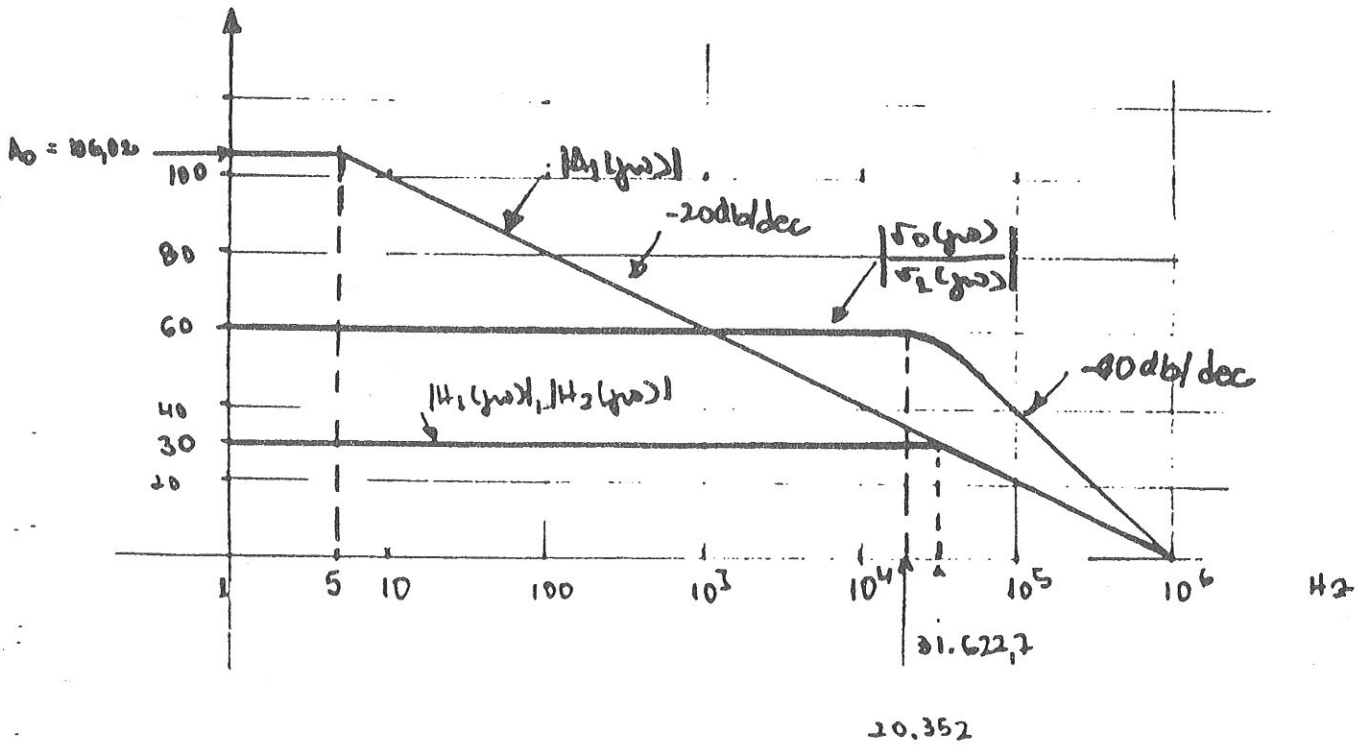
En el caso que estamos analizando:

$p_0 = BW_1 = BW_2 = 31.6227$ KHz

$n=2$

$$BW = 31{,}6227\sqrt{2^{1/2}-1} = 20{,}352 \text{ KHz.-}$$

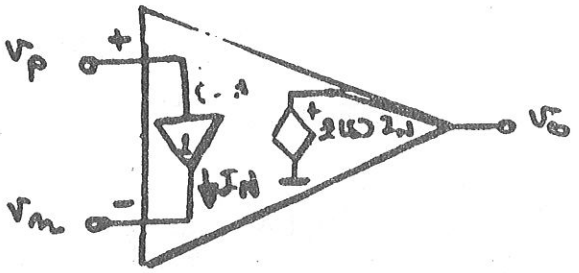
que cumple las especificaciones del diseño.-

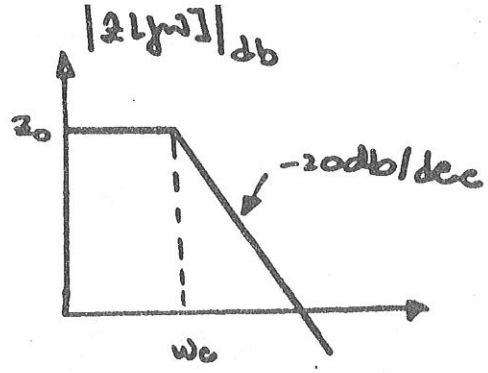


$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 20\log(1000)^{1/2} = 10\log 10^3 = 30db$$

$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 20\log 1000 = 60db$$

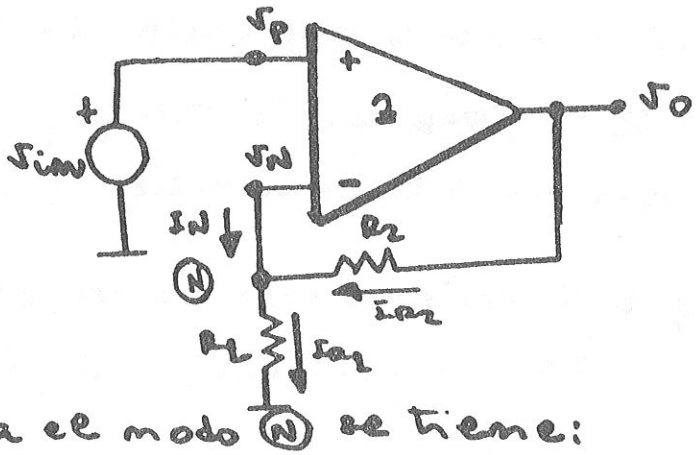
PROBLEMA 10





$v_p = v_N$

$$Z(s) = \frac{Z_0\,\omega_c}{s+\omega_c} = \frac{Z_0}{s/\omega_c + 1}$$



1)

Para el nodo N se tiene:

$$I_N = I_{R1} - I_{R2}$$

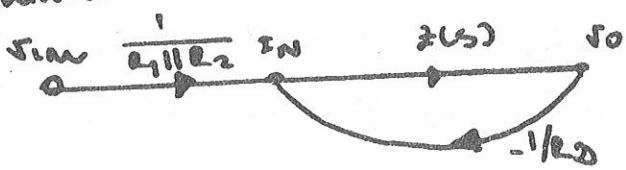
$$I_N = \frac{v_N}{R_1} - \frac{v_o - v_N}{R_2}$$

ya que: $v_N = v_p = v_{in}$

$$I_N = \frac{v_{in}}{R_1} - \frac{v_o - v_{in}}{R_2} = \frac{v_{in}}{R_1 \| R_2} - \frac{v_o}{R_2}$$

$$v_o = Z(s)\, I_N$$

Flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \frac{1}{R_1 \| R_2}\,\frac{Z(s)}{1 + \frac{Z(s)}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}\,\frac{Z(s)}{\frac{1}{R_2}\left(R_2 + Z(s)\right)} =$$

$$= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z(s)}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1 + \frac{1}{T(s)}}$$

donde: $T(s) = \frac{Z(s)}{R_2}$

2) Para el caso: $z(s) = \dfrac{z_0}{1 + s/\omega_c}$

$z(0) = z_0$ ($z_0 = \infty$, con signo de igualdad)

$z_0 \gg R_2$, $z_0 \to \infty$

$$\frac{v_o(0)}{v_{in}(0)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{z_0}{R_2}}} \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

que es la misma ganancia a baja frecuencia que se obtenía en la configuración no inversora con un A.O. convencional

Véase que el mismo resultado podría haberse obtenido, suponiendo $I_N = I_P = 0$

$$v_N = v_{in} = v_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{v_o}{v_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

resultado que es congruente con el hecho de considerar $z_0 = \infty$

$$v_o(0) = z_0 I_N \Rightarrow I_N = 0$$

Con estas consideraciones puede realizarse un análisis a bajas frecuencias de estos amplificadores

3) Independencia del ancho de banda y la ganancia.

$$Z(s) = \frac{Z_0}{1 + s/\omega_c}$$

$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z(s)}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z_0}\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)} \qquad \frac{R_2}{Z_0} \ll 1$$

$$\cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + s\frac{1}{\omega_c \frac{Z_0}{R_2}}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_a}}$$

donde $\omega_a = \omega_c \frac{Z_0}{R_2}$

véase que ω_a (ancho de banda) depende sólo de R_2.

Elegido un valor de ancho de banda (R_2), variando R_1 puede variarse la ganancia con independencia del ancho de banda

4) Caso del CLC 401 de COMLINEAR

$Z_0 = 710\,k\Omega$

$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 350\,kHz$.

Determinar R_2 para un ancho de banda de 100 MHz

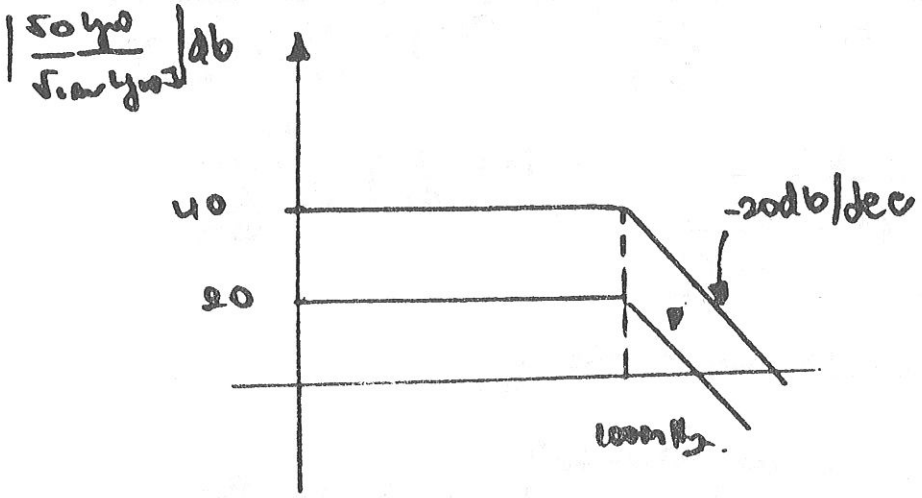
$$\frac{\omega_a}{2\pi} = f_a = 1\,V \qquad f_a = f_c \frac{Z_0}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{f_c}{f_a} Z_0 = \frac{350\,10^3}{10^8} 710\,k\Omega =$$

$$= 350 \cdot 10^{-5} \cdot 710\,k\Omega = 2{,}485\,k\Omega$$

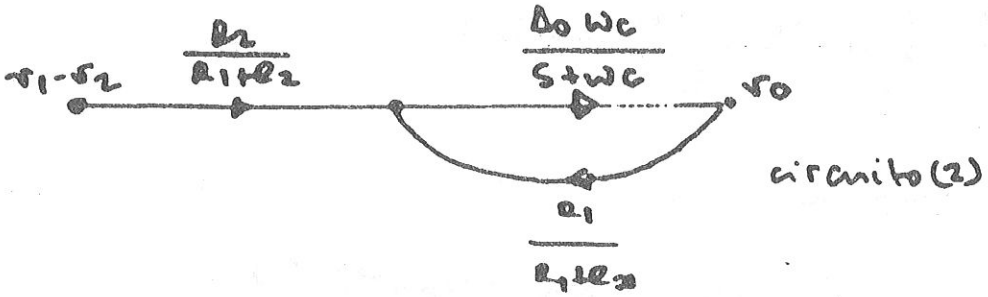
$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 10 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{9} = \frac{2{,}485}{9} = 276\,\Omega$$

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 100 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{99} = \frac{2{,}485}{99} = 25{,}10\,\Omega$$



PROBLEMA 11

En el caso de tomar el A.O con polaridad invertida al caso previamente analizado; el flujograma será:



2)

circuito (1) $\quad T_1(s) = \frac{A_0 w_c}{s+w_c} \frac{R_1}{R_1+R_2}$

circuito (2) $\quad T_2(s) = -\frac{A_0 w_c}{s+w_c} \frac{R_1}{R_1+R_2}$

3)

circuito (1) $\quad 1+T_1(s)=0 \qquad 1+\frac{A_0 w_c}{s+w_c}\frac{R_1}{R_1+R_2}=0$

$$(s+w_c)(R_1+R_2)+A_0 R_1 w_c = 0$$

$$s(R_1+R_2)+w_c(R_1+R_2+A_0R_1)=0$$

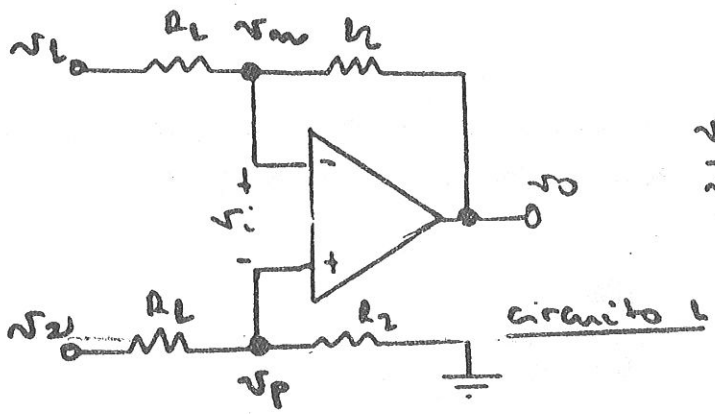
$$s = -\frac{w_c(R_1+R_2+A_0R_1)}{R_1+R_2} \underset{A_0R_1 \gg R_1+R_2}{\simeq} -\frac{w_c A_0 R_1}{R_1+R_2}$$

que es un polo situado en el semiplano izquierdo por lo cual esta configuración es ESTABLE

circuito (2), Si se realizan pasos análogos a los desarrollados en la anterior configuración, se desprende

$$s \simeq \frac{w_c A_0 R_1}{R_1+R_2} \quad (4)$$

lo que indica que esta configuración es INESTABLE.



$$\frac{v_0(s)}{v_i(s)} = -\frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c}$$

circuito 1

1) Flujogramas.

$$\begin{cases} v_p = v_2 \dfrac{R_2}{R_1+R_2} \quad (1), \qquad v_m = v_p + v_i \quad (2) \\[2ex] \dfrac{v_1 - v_m}{R_1} = \dfrac{v_m - v_0}{R_2} \quad (3) \end{cases}$$

De (3) se deduce:

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_0}{R_2} = v_m\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = v_m \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}$$

$$v_m = v_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

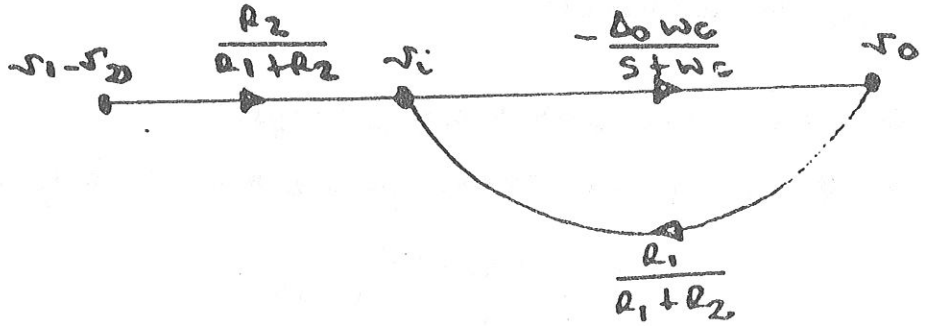
Introduciendo en la anterior expresión (1) y (2) deviene:

$$v_m \overset{(2)}{=} v_p + v_i \overset{(1)}{=} v_2 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_i = v_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

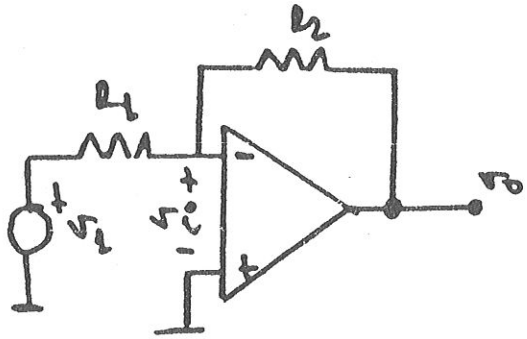
Obteniéndose:

$$v_i = (v_1 - v_2)\frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Dedaciéndose:



c) Análisis de la configuración inversora



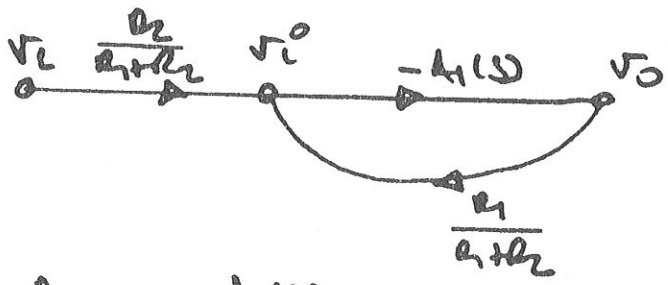
$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = -A_1(s) \quad (5)$$

$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} = \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (6)$$

De la ecuación (6) se deriva:

$$v_i = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_1 + \frac{R_1}{R_1+R_2} v_o \quad (7)$$

Las expresiones (5) y (6) pueden ser utilizadas para la construcción del siguiente flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_1(s)} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \frac{-A_1(s)}{1 + A_1(s)\frac{R_1}{R_1+R_2}} = -\frac{R_2}{R_1+R_2} \frac{\frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c}}{1 + \frac{A_0\omega_c}{s+\omega_c}\frac{R_1}{R_1+R_2}} =$$

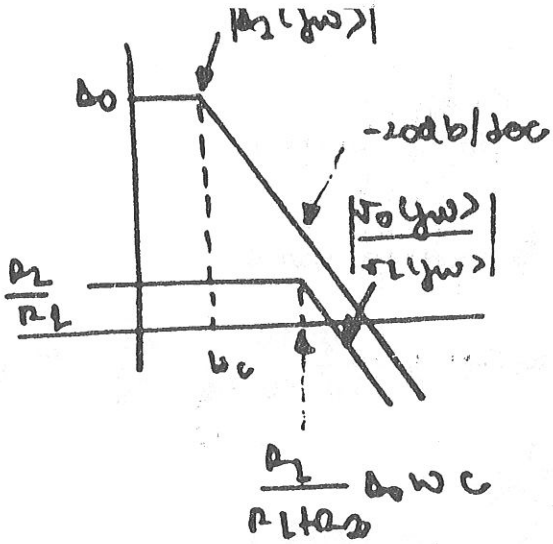
$$= -R_2 A_0 \omega_c \frac{1}{s(R_1+R_2) + \omega_c[R_1+R_2+A_0R_1]} \cong$$

$$\cong -\frac{R_2 A_0 \omega_c}{R_1 A_0 \omega_c} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2}} + 1} \quad A_0R_1 \gg R_1+R_2$$

$$B_{inv} = \frac{R_2}{R_1} \frac{A_0\omega_c R_1}{R_1+R_2} < A_0\omega_c = B$$

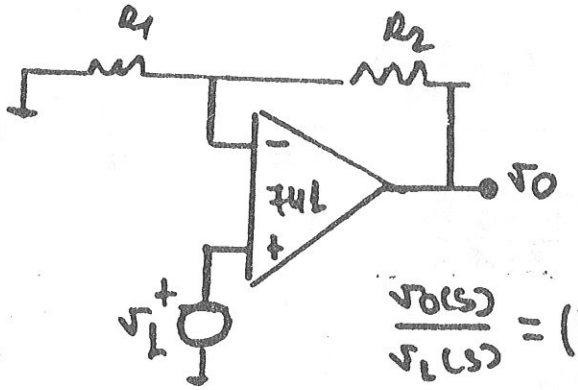
para el caso que $R_2 \gg 1$

$$B_{inv} \simeq B$$


|A2(jω)|
A0
-20db/dec
|Vo(jω)| / |Vi(jω)|
R2/R1
ωc
R2/(R1+R2) A0 ωc

PROBLEMA 9

a)



$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\dfrac{s}{\dfrac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2}}+1}$$

$A_0 = 2\times10^5$

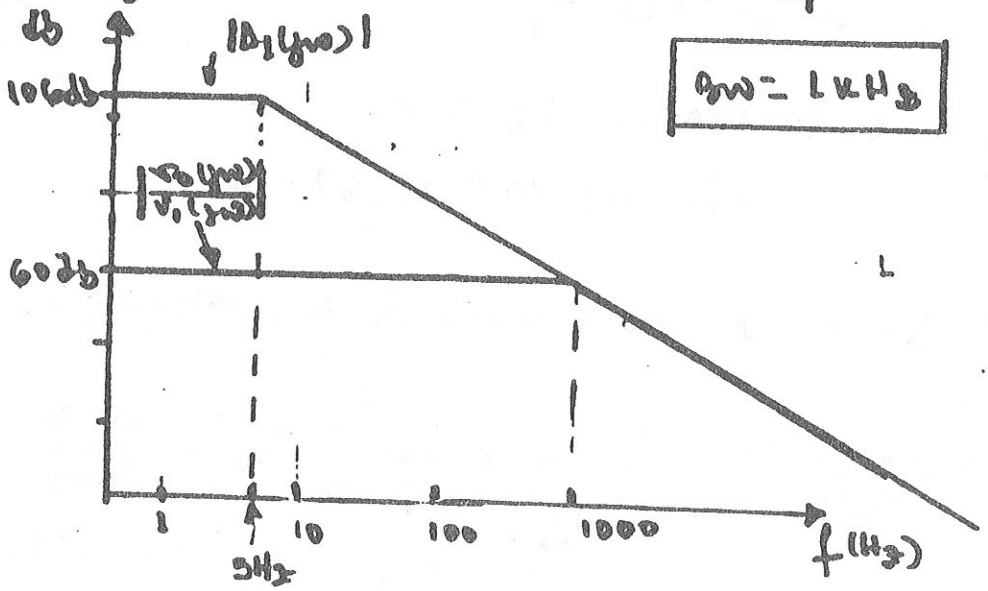
$f_c = 5\,Hz$

$A_0|_{dB} \cong 106\,db$

$\left.\dfrac{v_o(0)}{v_i(0)}\right|_{db} = 60\,dB$

$$BW = \frac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2} = \frac{A_0 W_c}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\,10^5 \times 2\pi \times 5}{1000} = 2\pi\, 10^3\ rad/s$$

$$\boxed{BW = 1\,kHz}$$



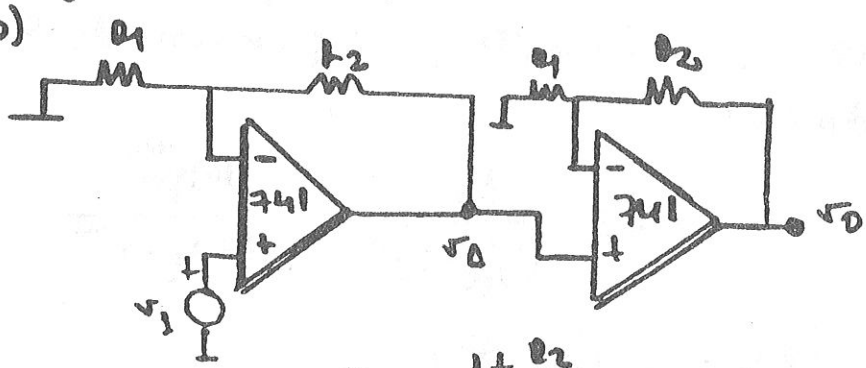
$$\frac{R_1+R_2}{1000}$$

$R_2 = 999\,R_1$

Si $R_1 = 1\,k\Omega \Rightarrow R_2 = 999\,k\Omega$

Yaque el producto-ganancia-ancho de banda es constante, resulta imposible conseguir un ancho de banda $\geq 20\,kHz$ con una ganancia de 1000 (60 db) mediante esta configuración. Por eso cual se recurrirá al siguiente circuito.

b)



$$H_1(s) = \frac{v_A}{v_i} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\dfrac{s}{\dfrac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2}}+1} \qquad H_2(s) = \frac{v_o}{v_A} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\dfrac{s}{\dfrac{A_0 W_c R_1}{R_1+R_2}}+1}$$

La función de transferencia $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ venía dada en este caso por:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2}{\left[\frac{s}{\frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2}}+1\right]^2} \quad , \quad \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H_1(s)\cdot H_2(s)$$

$$\left[1+\frac{R_2}{R_1}\right]^2 = 1000$$

$$1+\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{1000} = 31{,}622777$$

$$R_2 = 30{,}622777\ R_1$$

si se toma $R_1 = 1k\Omega$

entonces: $R_2 \simeq 30{,}62\ k\Omega$

el ancho de banda de cada una de las etapas es:

$$BW_1 = BW_2 = \frac{A_0 \omega_c R_1}{R_1+R_2} = \frac{A_0 \omega_c}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\times10^5 \times 2\pi \times 5}{\sqrt{1000}} = \frac{2\pi\ 10^6}{\sqrt{1000}} =$$

$$= 2\pi\ 31622{,}77$$

$$BW_1 = BW_2 = 31{,}6227\ kHz.$$

<u>Nueva frecuencia de corte. (ω_{-3db})</u>

En el caso de un amplificador con polos reales múltiples, su función de transferencia viene dada:

$$A(s) = \frac{A(0)}{(s/p_0+1)^m} = \frac{A(0)p_0^m}{(s+p_0)^m}$$

$$|A(j\omega_{-3db})| = \frac{A(0)}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta(j\omega_{-3db}) = \frac{\Delta(0)}{\left\{1+\left(\frac{\omega_{-3db}}{p_0}\right)^2\right\}^{n/2}} = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{2}}$$

de la expresión anterior se deduce que:

$$BW = \omega_{-3db} = p_0\sqrt{2^{1/n}-1}$$

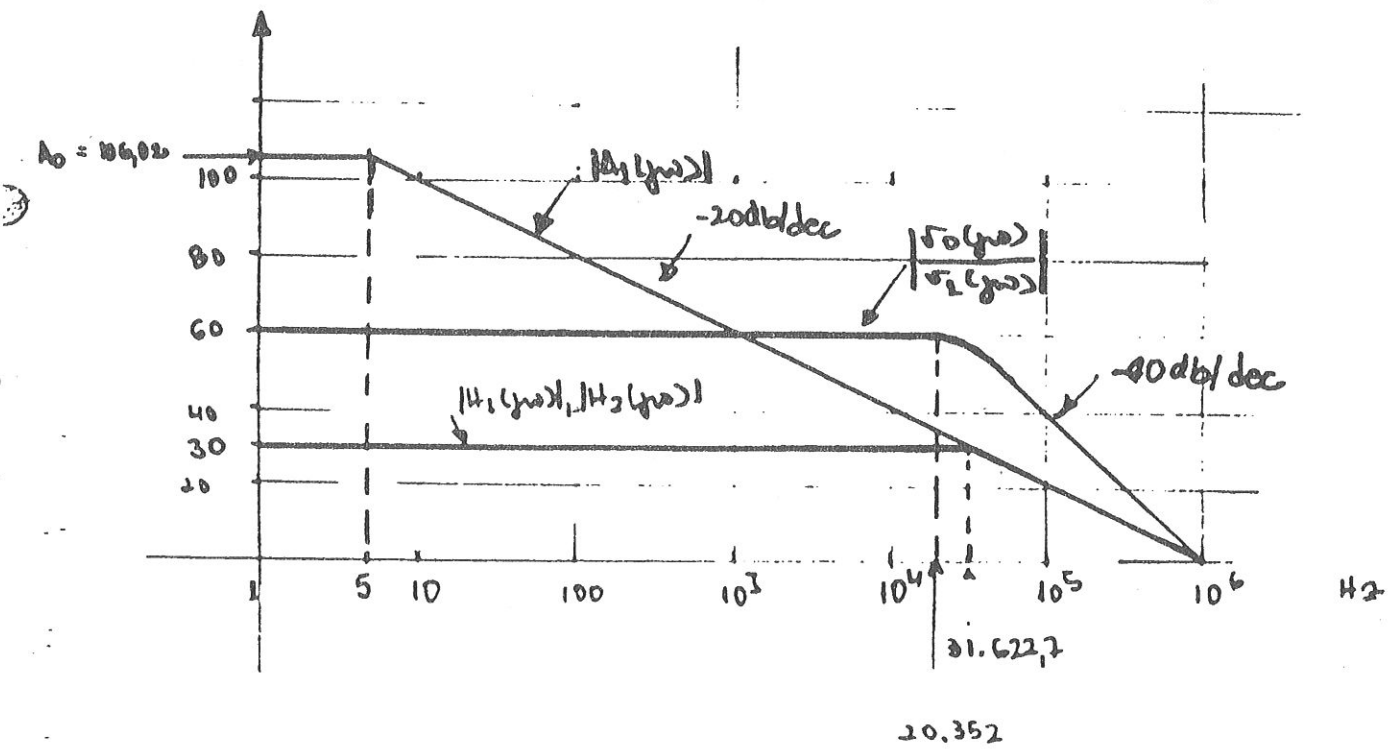
En el caso que estamos analizando:

$p_0 = BW_1 = BW_2 = 31.6227$ KHz

$n=2$

$$BW = 31{,}6227\sqrt{2^{1/2}-1} = 20{,}352 \text{ KHz.-}$$

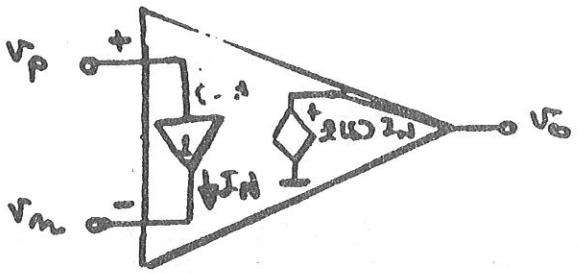
que cumple las especificaciones del diseño.-

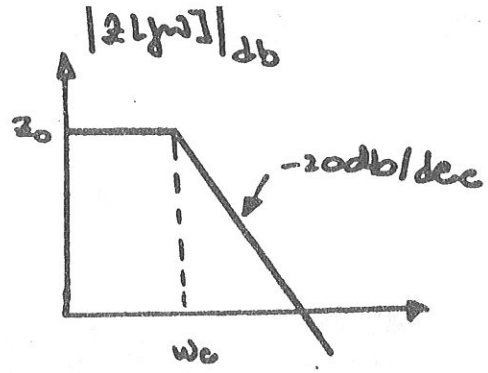


$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 20\log(1000)^{1/2} = 10\log 10^3 = 30db$$

$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 20\log 1000 = 60db$$

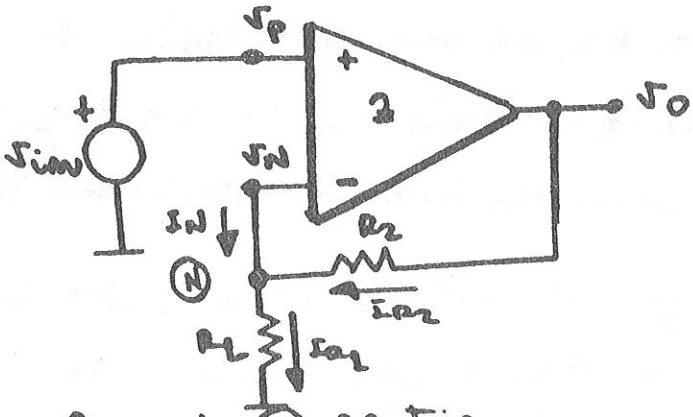
PROBLEMA 10





$v_p = v_N$

$$z(s) = \frac{z_0\,\omega_c}{s+\omega_c} = \frac{z_0}{s/\omega_c + 1}$$



1)

Para el modo N se tiene:

$$I_N = I_{RL} - I_{R2}$$

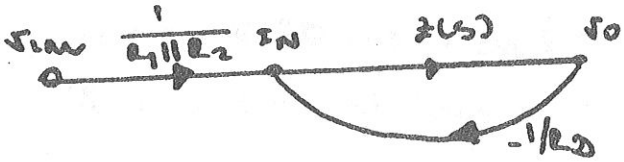
$$I_N = \frac{v_N}{R_L} - \frac{v_o - v_N}{R_2}$$

ya que: $v_N = v_p = v_{in}$

$$I_N = \frac{v_{in}}{R_L} - \frac{v_o - v_{in}}{R_2} = \frac{v_{in}}{R_L \| R_2} - \frac{v_o}{R_2}$$

$$v_o = z(s)\, I_N$$

Flujograma:



$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \frac{1}{R_L \| R_2}\,\frac{z(s)}{1+\frac{z(s)}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}\,\frac{z(s)}{\frac{1}{R_2}\left(R_2 + z(s)\right)} =$$

$$= \left(1+\frac{R_2}{R_L}\right)\frac{1}{1+\frac{R_2}{z(s)}} = \left(1+\frac{R_2}{R_L}\right)\frac{1}{1+\frac{1}{T(s)}}$$

donde: $T(s) = \frac{z(s)}{R_2}$

2) Para el caso: $z(s) = \dfrac{z_0}{1 + s/\omega_c}$

$z(0) = z_0$ ($z_0 = \infty$, con signo de igualdad)

$z_0 \gg R_2$, $z_0 \to \infty$

$$\frac{v_o(0)}{v_{in}(0)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{z_0}{R_2}}} \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

que es la misma ganancia a baja frecuencia que se obtenía en la configuración no inversora con un A.O. convencional

Véase que el mismo resultado podría haberse obtenido, suponiendo $I_N = I_P = 0$

$$v_N = v_{in} = v_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{v_o}{v_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

resultado que está congruente con el hecho de considerar $z_0 = \infty$

$$v_o(0) = z_0 I_N \Rightarrow I_N = 0$$

Con estas consideraciones puede realizarse un análisis a bajas frecuencias de estos amplificadores

3) Independencia del ancho de banda y la ganancia.

$$Z(s) = \frac{Z_0}{1 + s/\omega_c}$$

$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z(s)}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z_0}\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)} \qquad \frac{R_2}{Z_0} \ll 1$$

$$\cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + s\frac{1}{\omega_c \frac{Z_0}{R_2}}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_a}}$$

donde $\omega_a = \omega_c \frac{Z_0}{R_2}$

véase que ω_a (ancho de banda) depende sólo de R_2.

Elegido un valor de ancho de banda (R_2), variando R_1 puede variarse la ganancia con independencia del ancho de banda

4) Caso del CLC 401 de COMLINEAR

$Z_0 = 710\,k\Omega$

$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 350\,kHz$.

Determinar R_2 para un ancho de banda de 100 MHz

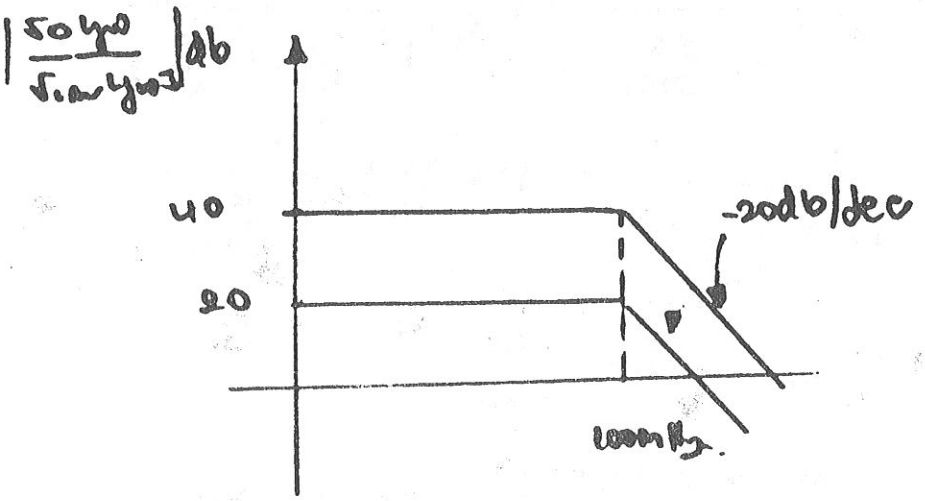
$$\frac{\omega_a}{2\pi} = f_a = 1 \qquad f_a = f_c \frac{Z_0}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{f_c}{f_a} Z_0 = \frac{350\,10^3}{10^8} 710\,k\Omega =$$

$$= 350 \cdot 10^{-5} \cdot 710\,k\Omega = 2{,}485\,k\Omega$$

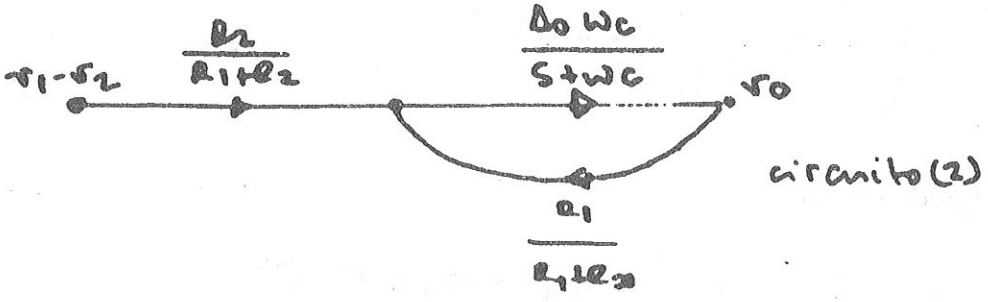
$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 10 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{9} = \frac{2{,}485}{9} = 276\,\Omega$$

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 100 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{99} = \frac{2{,}485}{99} = 25{,}10\,\Omega$$



PROBLEMA 11

En el caso de tomar el A.O con polaridad invertida al caso previamente analizado; el flujograma será:



2)

circuito (1) $\quad T_1(s) = \frac{A_0 w_c}{s+w_c} \frac{R_2}{R_1+R_2}$

circuito (2) $\quad T_2(s) = -\frac{A_0 w_c}{s+w_c} \frac{R_1}{R_1+R_2}$

3)

circuito (1) $\quad 1+T_1(s)=0 \qquad 1+\frac{A_0 w_c}{s+w_c}\frac{R_2}{R_1+R_2}=0$

$$(s+w_c)(R_1+R_2)+A_0 R_2 w_c = 0$$

$$s(R_1+R_2)+w_c(R_1+R_2+A_0R_2)=0$$

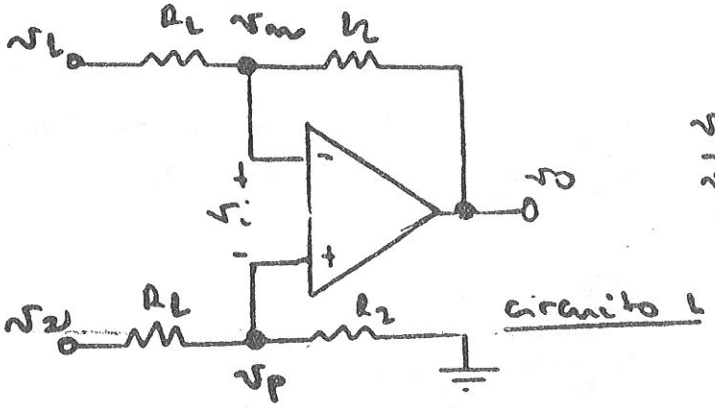
$$s = -\frac{w_c(R_1+R_2+A_0R_2)}{R_1+R_2} \underset{A_0R_2 \gg R_1+R_2}{\simeq} -\frac{w_c A_0 R_2}{R_1+R_2}$$

que es un polo situado en el semiplano izquierdo por lo cual esta configuración es ESTABLE

circuito (2), Si se realizan pasos análogos a los desarrollados en la anterior configuración, se desprende

$$s \simeq \frac{w_c A_0 R_1}{R_1+R_2} \quad (4)$$

lo que indica que esta configuración es INESTABLE.



$$\frac{v_0(s)}{v_i(s)} = -\frac{A_0 \omega_c}{s+\omega_c}$$

circuito 1

1) Flujogramas.

$$\begin{cases} v_p = v_2 \dfrac{R_2}{R_1+R_2} \quad (1), \qquad v_m = v_p + v_i \quad (2) \\[2ex] \dfrac{v_1 - v_m}{R_1} = \dfrac{v_m - v_0}{R_2} \quad (3) \end{cases}$$

De (3) se deduce:

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_0}{R_2} = v_m\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = v_m \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}$$

$$v_m = v_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

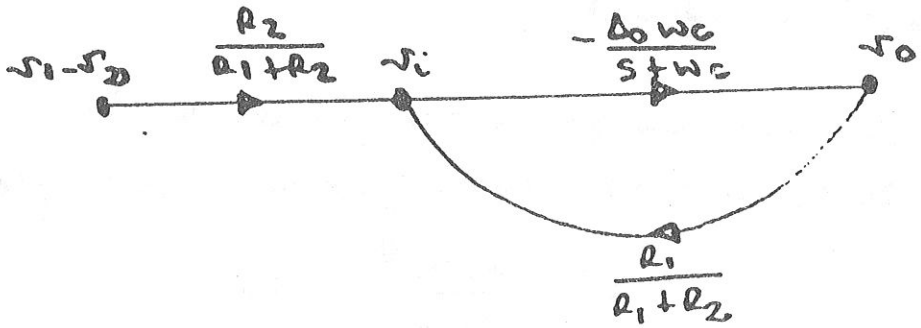
Introduciendo en la anterior expresión (1) y (2) deviene:

$$v_m \overset{(2)}{=} v_p + v_i \overset{(1)}{=} v_2 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_i = v_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Obteniéndose:

$$v_i = (v_1 - v_2)\frac{R_2}{R_1+R_2} + v_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Dedaciéndose:

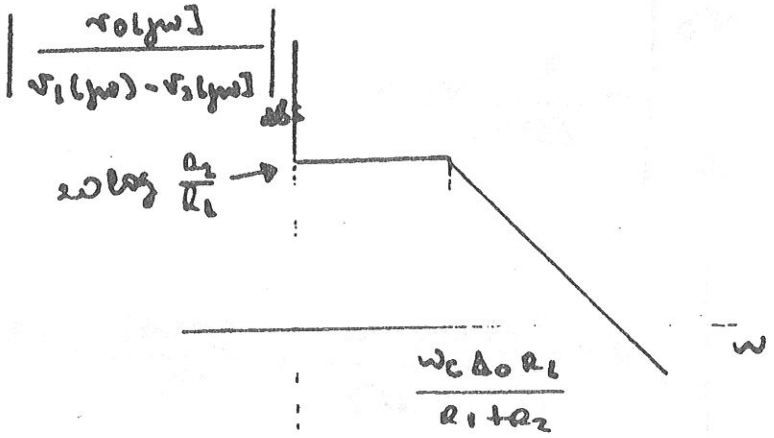


4)

$$\frac{v_o(s)}{v_1(s)-v_2(s)} = \frac{-\dfrac{A_o w_c}{s+w_o}\,\dfrac{R_2}{R_1+R_2}}{1+\dfrac{A_o w_c}{s+w_c}\,\dfrac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{-A_o w_c R_2}{s(R_1+R_2)+w_c(R_1+R_2+A_o R_1)}$$

$$= -\frac{A_o R_2}{R_1+R_2+A_o R_1}\;\frac{1}{s\dfrac{R_1+R_2}{w_c(R_1+R_2+A_o R_1)}+1} \simeq -\frac{R_2}{R_1}\;\frac{1}{s\dfrac{R_1+R_2}{w_c A_o R_1}+1}$$

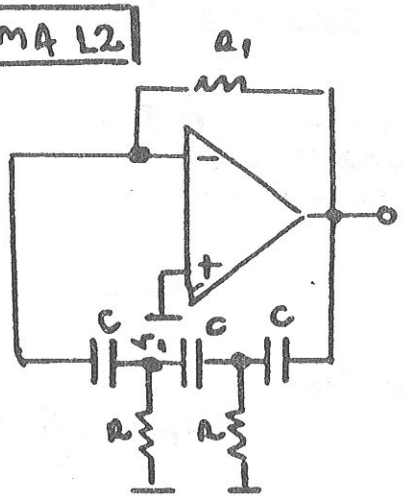
$A_o R_1 \gg R_1+R_2$



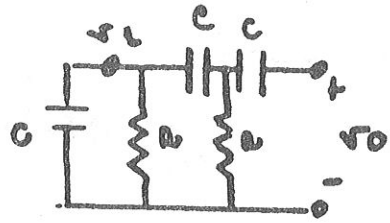
$$BW \simeq \frac{f_c A_o R_1}{R_1+R_2} = \frac{5\cdot 10^5}{2} = 250\ kHz$$

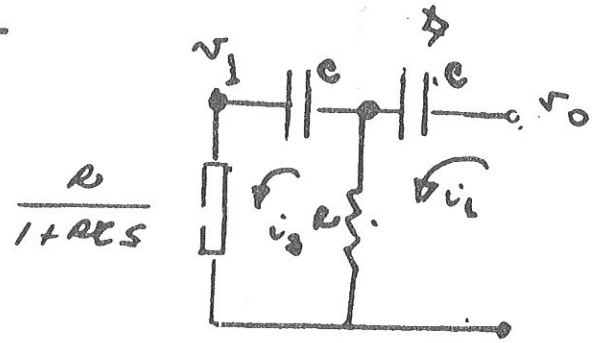
Nota.- Véase que el ancho de banda es directamente deducible de la expresión (4)

PROBLEMA L2



1) $v_o \longrightarrow v_1$





Analizando por mallas, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R+\frac{1}{CS} & -R \\ -R & R+\frac{1}{CS}+\frac{R}{1+RCS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

$$i_2(S) = \frac{1}{\Delta(S)} \begin{vmatrix} R+\frac{1}{CS} & v_0 \\ -R & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta(S)} v_0 R$$

donde:

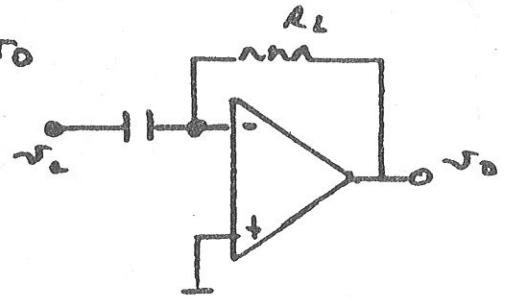
$$\Delta(S) = \begin{vmatrix} R+\frac{1}{CS} & -R \\ -R & R+\frac{1}{CS}+\frac{R}{1+RCS} \end{vmatrix} = \frac{(RC)^2 S^2 + 3CRS + 1}{CS(1+RCS)} \cdot \frac{RCS+1}{CS} - R^2 =$$

$$= \frac{3RCS+1}{(CS)^2}$$

$$\underline{v_L(S)} = i_2(S) \cdot \frac{R}{1+RCS} = v_0 R \frac{(CS)^2}{3RCS+1} \frac{R}{1+RCS} =$$

$$= \underline{v_0(S) \frac{(RC)^2 S^2}{3(RC)^2 S^2 + 4RCS + 1}} \quad (1)$$

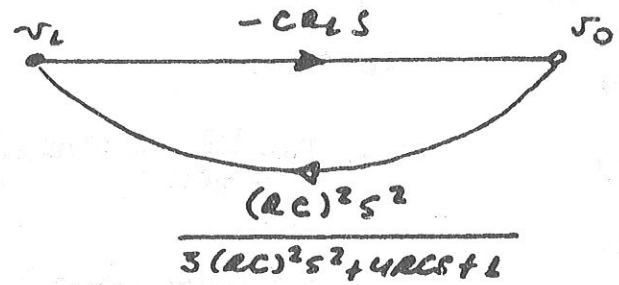
$v_L \longrightarrow v_0$



$$v_L CS = -\frac{v_0}{R_L}$$

$$\underline{v_0 = -v_L C R_L S} \quad (2)$$

De (1) y (2) deviene:



2) $$T(s) = \frac{s^3 R_1 C (RC)^2}{3(RC)^2 s^2 + 4RCs + 1}$$

<u>Frecuencia de oscilación.-</u>

$$\angle T(j\omega_0) = \pm 180^\circ$$

$$270^\circ - \operatorname{arctg} \frac{4RC\omega_0}{1 - 3(RC)^2\omega_0^2} = 180^\circ$$

$$\operatorname{arctg} \frac{4RC\omega_0}{1 - 3(RC)^2\omega_0^2} = 90^\circ$$

$$3(RC)^2\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{3}\,RC}}$$

<u>Condición de arranque del oscilador.-</u>

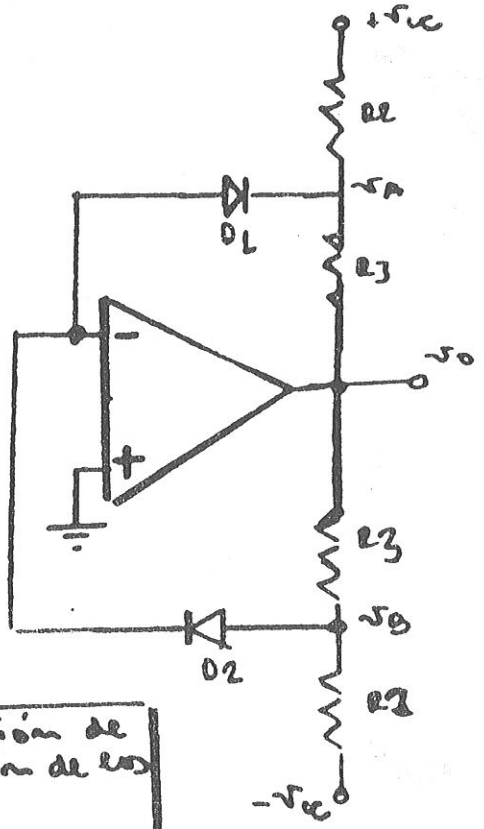
$$|T(j\omega_0)| \geq 1$$

$$T(j\omega_0) = \frac{-j\omega_0^3 R_1 C (RC)^2}{1 - 3\omega_0^2 (RC)^2 + 4RCj\omega_0} = \frac{-j\frac{1}{3\sqrt{3}(RC)^3} R_1 C (RC)^2}{1 - 3\frac{1}{3(RC)^2}(RC)^2 + j4\cancel{RC}\frac{1}{\sqrt{3}\cancel{RC}}}$$

$$= -\frac{\frac{1}{3\cancel{\sqrt{3}}}\frac{R_1}{R_2}}{\frac{4}{\cancel{\sqrt{3}}}}$$

por lo cual:

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} \geq 12}$$



V_D: tensión de conducción de los diodos.

D_1 conducirá cuando:

$$V_D + V_B = 0$$

$$V_D + V_o \frac{R_2}{R_3+R_2} + V_{cc} \frac{R_3}{R_3+R_2} = 0$$

$$V_o = -V_{cc} \frac{R_3}{R_2} - V_D \frac{R_3+R_2}{R_2}$$

en este caso:

$$V_B = V_o \frac{R_3}{R_2+R_3} - V_{cc} \frac{R_2}{R_3+R_2} =$$

$$= -V_{cc} \frac{R_3}{R_2} - V_D \frac{R_3+R_2}{R_2} - V_{cc} \frac{R_2}{R_3+R_2} < 0$$

$\Downarrow$

D_2 OFF

Analogamente, D_2 conducirá cuando:

$$V_B - V_D = 0$$

$$-V_{cc} \frac{R_3}{R_2+R_3} + V_o \frac{R_2}{R_2+R_3} - V_D = 0$$

$$V_o = V_{cc} \frac{R_3}{R_2} + V_D \frac{R_3+R_2}{R_2}$$

en este $V_o > 0 \Rightarrow D_1$ OFF

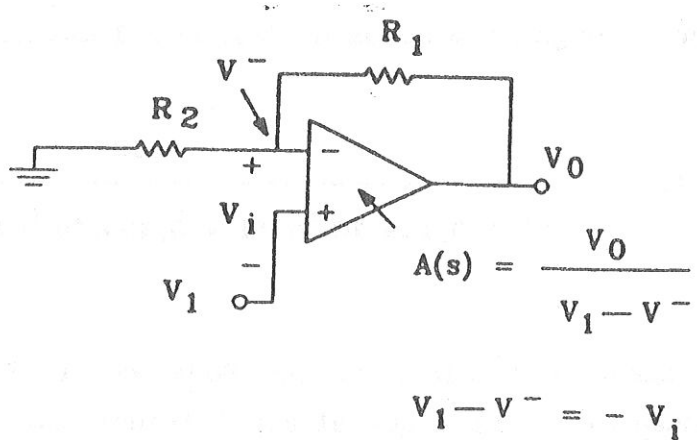
Luego el margen dinámico de la tensión de salida es:

$$\boxed{V_o = \pm V_c \frac{R_3}{R_2} + V_D \frac{R_3+R_2}{R_2}}$$

PROBLEMA 13

Ganancia de lazo en ausencia de compensación:

Dado el amplificador inversor del enunciado:



Las ecuaciones necesarias para deducir la función de transferencia salida-entrada son:

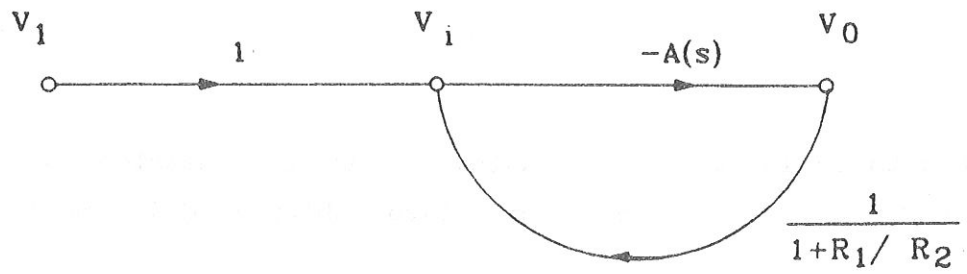
$$V_o = -A(s)V_i \qquad (1)$$

$$\frac{V_o - (V_i + V_i)}{R_1} = \frac{V_i + V_i}{R_2} \qquad (2)$$

de (2) se deduce que:

$$V_i = \frac{V_o}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \quad V_1 \qquad (3)$$

El flujograma correspondiente a las ecuaciones (1) y (3) es:



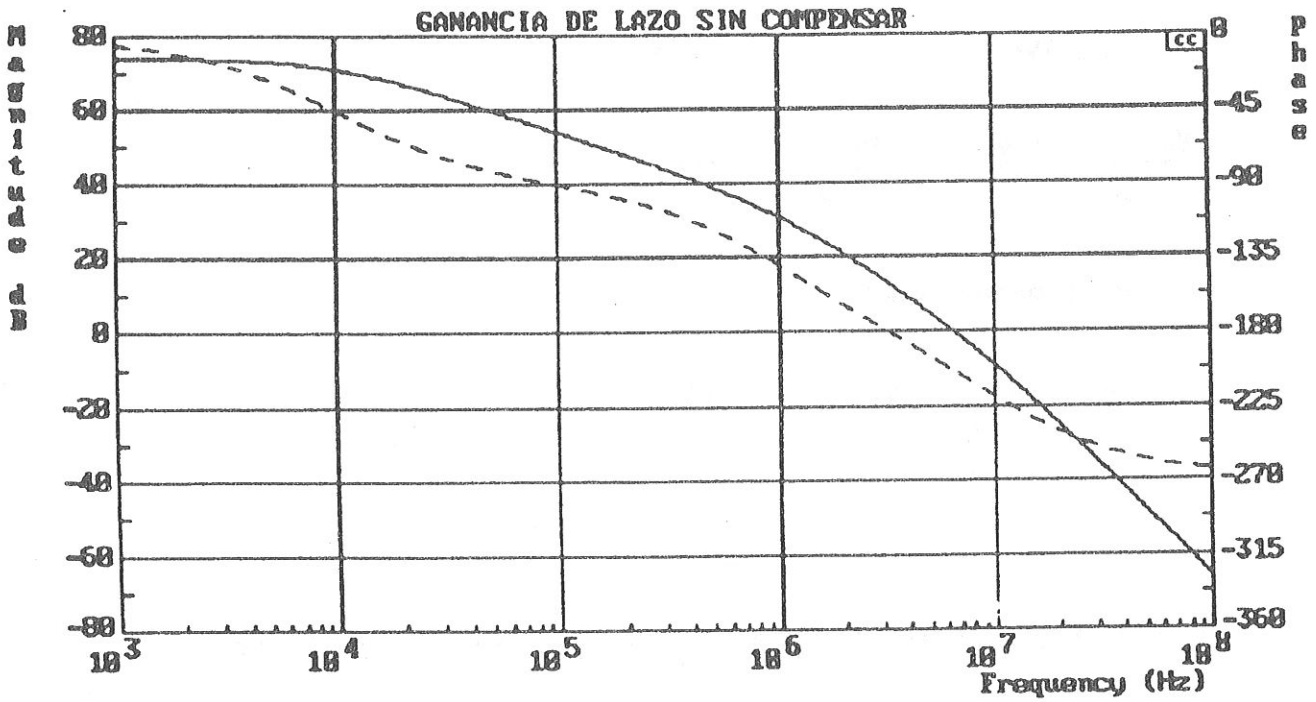
Del flujograma anterior se deduce la expresión de la ganancia de lazo, a saber:

$$T(s) = \frac{A(s)}{1 + \frac{R_1}{R_2}}$$

es decir, según los datos numéricos del enunciado:

$$T(s) = \frac{5.10^3}{(1 + 0,159.10^{-4}s)(1 + 0,159.10^{-6}s)(1 + 0,159.10^{-7}s)}$$

El trazado del diagrama de Bode de T(s) que se adjunta a continuación muestra que el amplificador sin compensar presenta un margen de fase, MFo= -20,3 grados siendo el sistema inestable.



El efecto de la red Rc,Cc consiste en una compensación en retardo de fase de la ganancia en lazo abierto del amplificador

operacional, de forma que la nueva ganancia de lazo del amplificador compensado, Tc(s) será:

$$Tc(s) = \frac{Ac(s)}{1 + R_1/R_2}$$

donde Ac(s) es la ganancia compensada del amplificador operacional.

Siguiendo las reglas clásicas de este tipo de compensación, se determina en primer lugar la frecuencia f_{0dB} para la cual

$$\angle T(jf_{0dB}) = -180 + MF_d$$

donde MF_d es el margen de fase deseado. Según el diagrama de Bode anterior:

$$\angle T(jf_{0dB}) = -180 + 45 = -135 \quad \Rightarrow \quad f_{0dB} \cong 1MHz$$

En dicho punto:

$$\left| T(jf_{0dB}) \right| \cong 30 \text{ dB}$$

Se escoje el cero de la red de compensación una década por debajo de f_{0dB}, afín de que el aporte de fase negativo de la red de retardo no afecte la zona de la nueva frecuencia de corte; por tanto si f_z designa la frecuencia del cero de la red de compensación, se tendrá:

$$f_z = 10^5 Hz$$

La frecuencia del polo de la red de compensación se calcula para conseguir una atenuación de 30 dB en la zona de la nueva frecuencia de corte. Gráficamente, trazando una recta de -20dB/dec que pase por el punto (f_z,-30dB) y determinando su intersección con el eje de 0dB se obtendrá la frecuencia f_p del polo, que en este caso es:

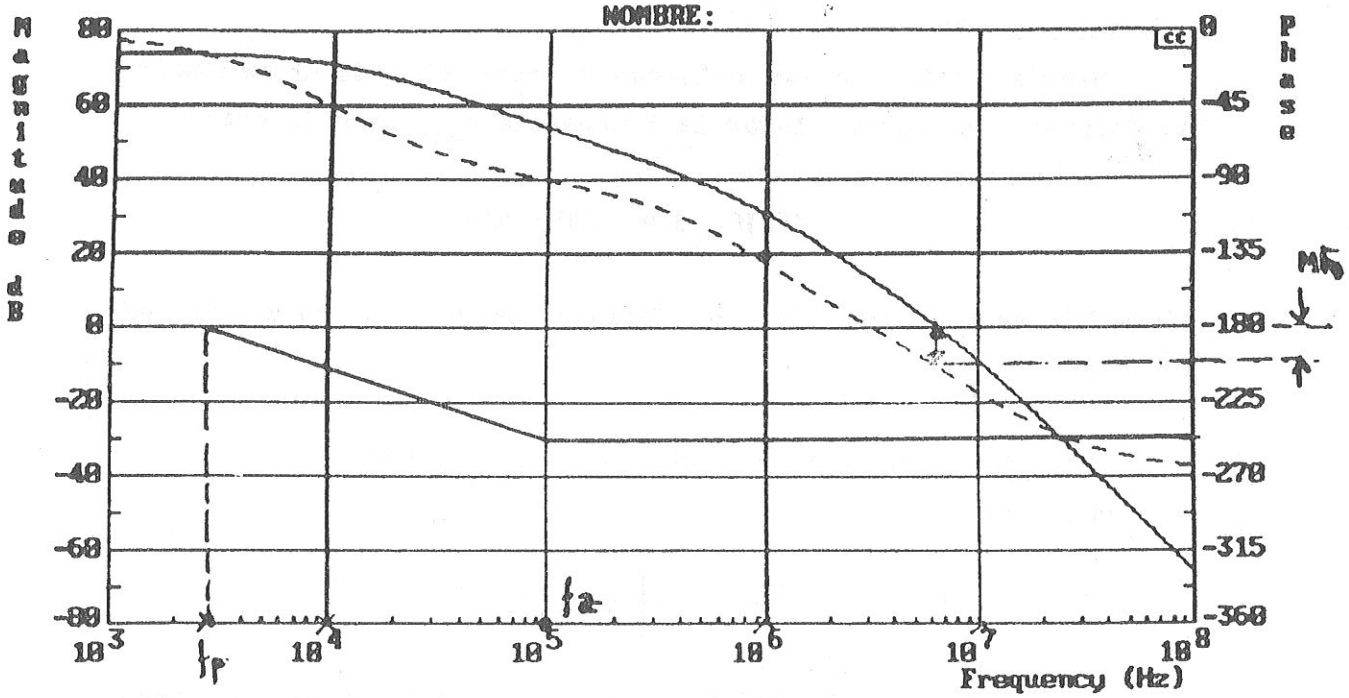
$$f_p \cong 3kHz$$

De esta forma se garantiza que

$$\left| T_c(jf_{0dB}) \right| \cong 0 \text{ dB}$$

Al ser f_p<10kHz, f_p será la nueva frecuencia de corte del amlificador en alta frecuencia.

La siguiente gráfica resume el proceso de compensación:



Cálculo de los componentes de la red:

Puesto que

$$Tc(s) = \frac{Ac(s)}{1 + R_1/R_2}$$

$$\text{donde } Ac(s) = A(s)\frac{1 + RcCcs}{1 + (Rc + R_{1c})Ccs}$$

$$f_z = 10^5 Hz = \frac{1}{2\pi RcCc}$$

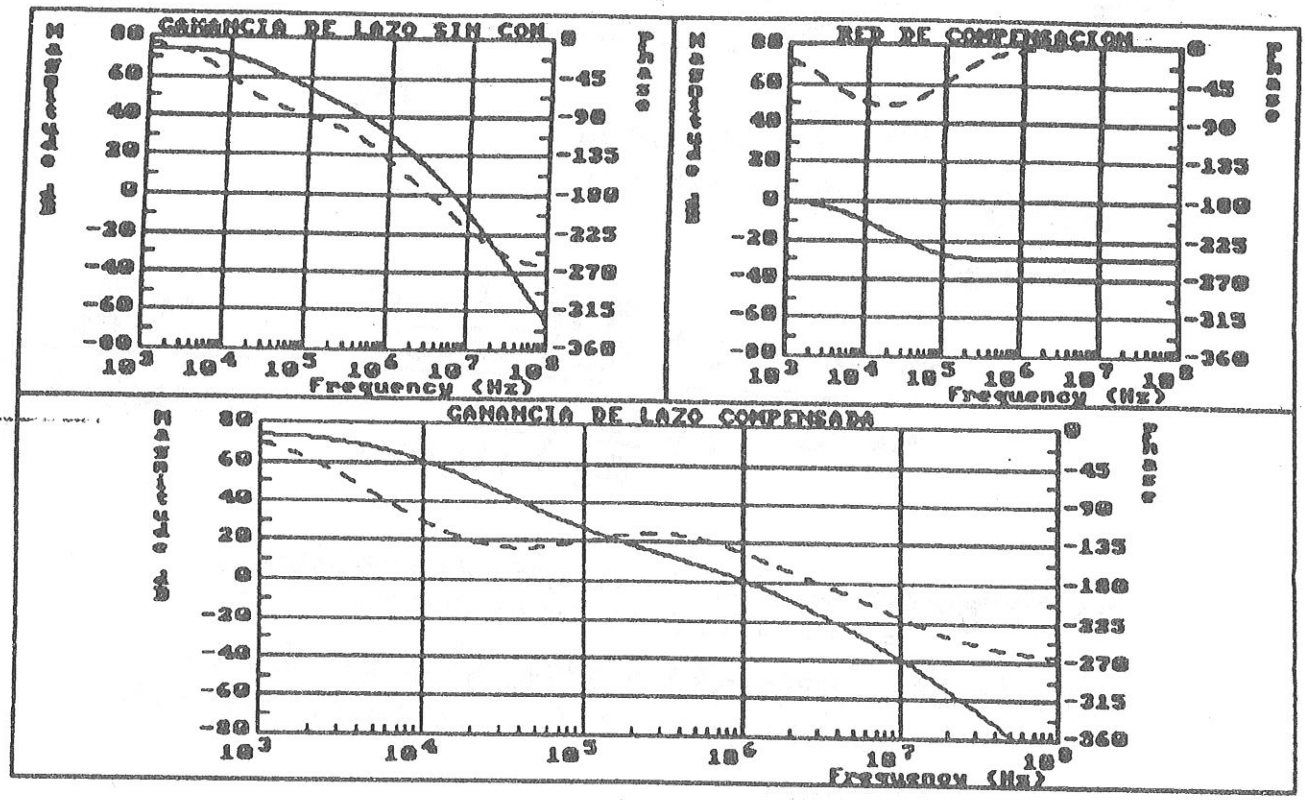
$$f_p = 3kHz = \frac{1}{2\pi(Rc + R_{1c})Cc}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} Rc \cong 32,362k\Omega \\ Cc \cong 48,7pF \end{array}}$$

Alternativamente, también puede plantearse:

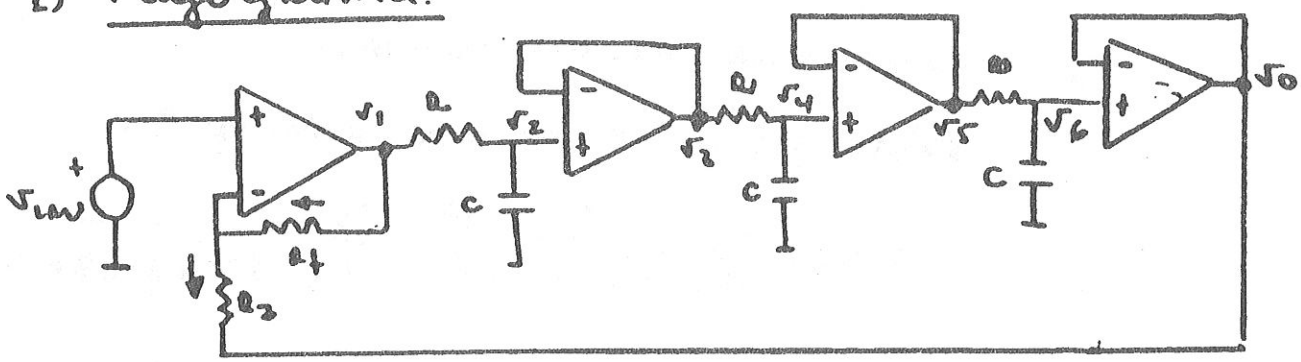
$$20\log \frac{R_C}{R_C + R_{1C}} = -30dB$$

Se adjuntan las tres gráficas siguientes a modo de resumen del problema.



PROBLEMA 14

1) Flujograma.

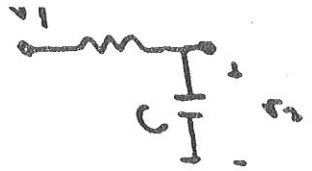


Ecuaciones:

$$\frac{v_1 - v_{in}}{R_f} = \frac{v_{in} - v_o}{R_2} \quad (1)$$

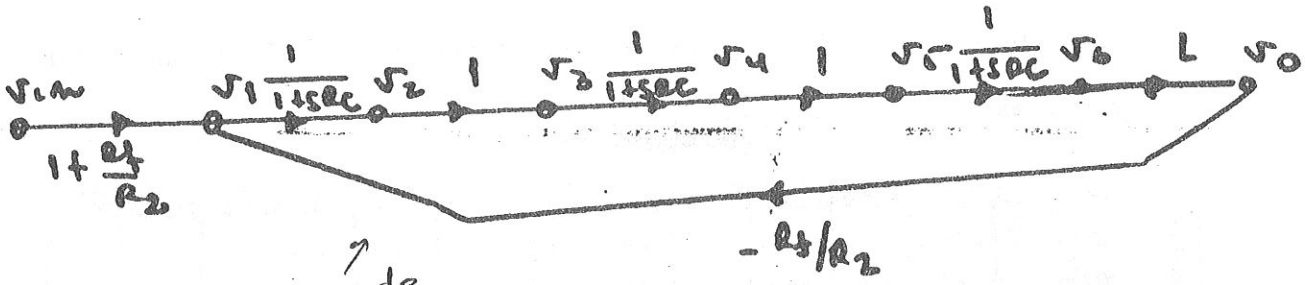
de la ecuación (1) se desprende:

$$v_1 = v_{in}\left[1 + \frac{R_f}{R_2}\right] - v_o \frac{R_f}{R_2}$$



$$v_2(s) = v_1(s)\,\frac{1}{1+sRC}$$

$$v_2(s) = V_1(s)\,\frac{1/sC}{R+1/sC}$$



imp. de salida del AO. 1ø
imp entrada = ∞

2) $\dfrac{v_o(s)}{v_{in}(s)}$

$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \frac{\left(1+\frac{R_f}{R_2}\right)\left(\frac{1}{1+sRC}\right)^3}{1+\frac{R_f}{R_2}\left(\frac{1}{1+sRC}\right)^3} = \frac{1+\frac{R_f}{R_2}}{(1+sRC)^3+\frac{R_f}{R_2}}$$

sustituyendo en la anterior expresión:

$$(1+sRC)^3 = \overbrace{(1+sRC)(1+2sRC+s^2(RC)^2)}^{=\,s^3(RC)^3+3s^2(RC)^2+3sRC+1}$$

$$= 1+2sRC+s^2(RC)^2+sRC+2s^2(RC)^2+s^3(RC)^3$$

se obtiene:

$$\frac{v_o(s)}{v_{in}(s)} = \frac{1+\frac{R_f}{R_2}}{s^3(RC)^3+3s^2(RC)^2+3sRC+\left(1+\frac{R_f}{R_2}\right)}$$

3) Condiciones de oscilación.

véase del anterior apartado que:

$$T(s) = \frac{R_f}{R_2}\left(\frac{1}{1+sRC}\right)^3 = \frac{R_f}{R_2}\,\frac{1}{s^3(RC)^3+3s^2(RC)^2+3sRC+1}$$

$$\angle T(j\omega_0) = \pm 180^\circ$$

$$-\operatorname{arctg} \frac{-\omega_0^3 (RC)^3 + \omega_0 3RC}{-3\omega_0^2 (RC)^2 + 1} = \pm 180^\circ$$

$$-\omega_0^3 (RC)^3 + \omega_0 3RC = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{3}{(RC)^2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{RC}$$

<u>condiciones de arranque y mantenimiento</u>

$$T(j\omega_0) = \frac{R_f}{R_2} \frac{1}{-j\omega_0^3 (RC)^3 - 3\omega_0^2 (RC)^2 + 3j\omega_0 RC + 1} =$$

$$= \frac{R_f}{R_2} \frac{1}{-j \frac{3\sqrt{3}}{\cancel{(RC)^3}} \cancel{(RC)^3} - 3 \frac{3}{\cancel{(RC)^2}} \cancel{(RC)^2} + 3j \frac{\sqrt{3}}{\cancel{RC}} \cancel{RC} + 1}$$

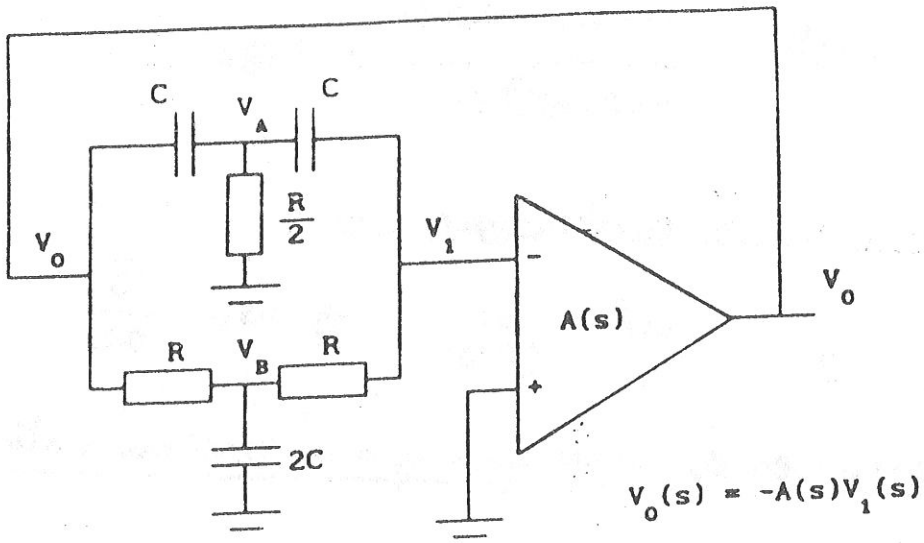
$$= -\frac{R_f}{R_2} \frac{1}{8}$$

$$|T(j\omega_0)| \geq 1$$

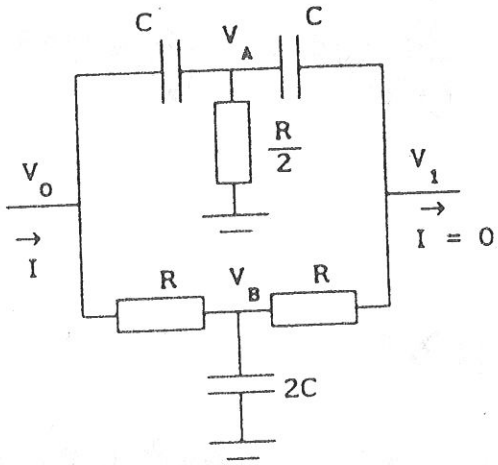
$\frac{R_f}{R_2} = 8$ condición de mantenimiento

$\frac{R_f}{R_2} > 8$ condición de arranque

PROBLEMA 15



1.- Deducción de la función de transferencia, H(s), de la red en doble T: $H(s) = V_1(s)/V_0(s)$.



En la red anterior pueden escribirse las siguientes ecuaciones:

$$(V_0 - V_A)Cs = \frac{2V_A}{R} + (V_A - V_1)Cs \qquad (1)$$

$$\frac{(V_0 - V_B)}{R} = 2CsV_B + \frac{(V_B - V_1)}{R} \qquad (2)$$

$$(V_A - V_1)Cs = -\frac{(V_B - V_1)}{R} \qquad (3)$$

De esta última ecuación se deduce que:

$$V_B = V_1(RCs + 1) - V_A RCs \qquad (4)$$

Despejando V_B de (2) resulta:

$$V_B = \frac{V_0 + V_1}{2(RCs + 1)} \qquad (5)$$

Igualando (4) y (5) y despejando V_A resulta:

$$V_A = V_1\left\{\frac{RCs + 1}{RCs} - \frac{1}{2RCs(RCs + 1)}\right\} - V_0\,\frac{1}{2RCs(RCs + 1)} \qquad (6)$$

De la ecuación (1) se deduce a su vez que:

$$V_A = \frac{(V_0 + V_1)RCs}{2(RCs + 1)} \qquad (7)$$

Igualando (6) y (7), se deduce finalmente que:

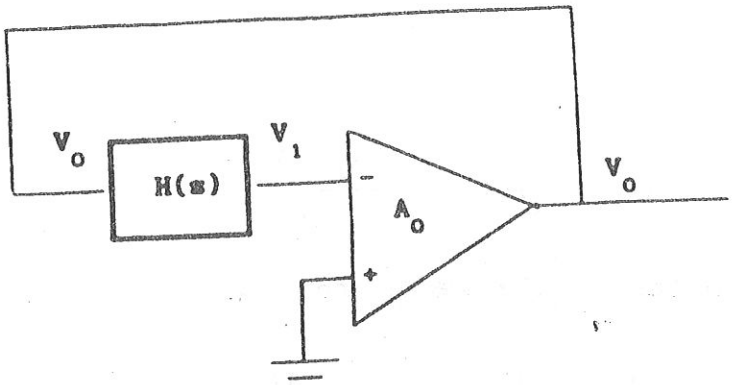
$$H(s) = \frac{V_1(s)}{V_0(s)} = \frac{R^2C^2s^2 + 1}{R^2C^2s^2 + 4RCs + 1} \qquad (8)$$

Como se quería demostrar.

2) Si $A(s) = A_0$:

2.1) Flujograma y ganancia de lazo del oscilador:

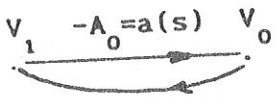
De forma simplificada, el circuito puede representarse por:



Ecuaciones:

$$V_1/V_0 = H(s) \quad ; \quad V_0 = -A_0 V_1$$

El flujograma correspondiente a estas ecuaciones es:



$H(s)=-f(s)$

La ganancia de lazo será:

$$T(s) = a(s)f(s) = A_0 \frac{R^2C^2s^2 + 1}{R^2C^2s^2 + 4RCs + 1} \qquad (9)$$

2.2) Tipo de realimentación:

Como se deduce del apartado anterior, el tipo de realimentación es, salvo desfases introducidos por la red en doble T, negativa.

2.3) Frecuencia de oscilación:

La condición de ángulo impone que:

$$\angle T(j\omega) = \pm 180^{o} \qquad (10)$$

Si $s = j\omega$, entonces, según (9)

$$T(j\omega) = A_0 \frac{1 - R^2C^2\omega^2}{(1 - R^2C^2\omega^2) + 4j\omega RC} \tag{11}$$

Multiplicando por el complejo conjugado del denominador se obtiene:

$$T(j\omega) = A_0 \, (1 - R^2C^2\omega^2) \, \frac{(1 - R^2C^2\omega^2) - 4j\omega RC}{\left[(1 - R^2C^2\omega^2)\right]^2 + \left[4\omega RC\right]^2} \tag{12}$$

de (11) se deduce que:

$$\angle \, T(j\omega) = tg^{-1} \, \frac{A_0 \, (1 - R^2C^2\omega^2)4\omega RC}{A_0\left[(1 - R^2C^2\omega^2)\right]^2} \tag{13}$$

La condición de ángulo (10) impone que:

$$\frac{A_0 \, (1 - R^2C^2\omega^2)4\omega RC}{A_0\left[(1 - R^2C^2\omega^2)\right]^2} = 0$$

cuyas soluciones inmediatas son :

$\omega = 0$ y $\omega \longrightarrow \infty$, soluciones no aptas.

La única posibilidad es:

$$\omega_{osc} = 1/RC \tag{14}$$

2.4. Ganancia de lazo a la frecuencia de oscilación.

Sustituyendo (14) en (12) se obtiene:

$$T(j\omega_{osc}) = 0$$

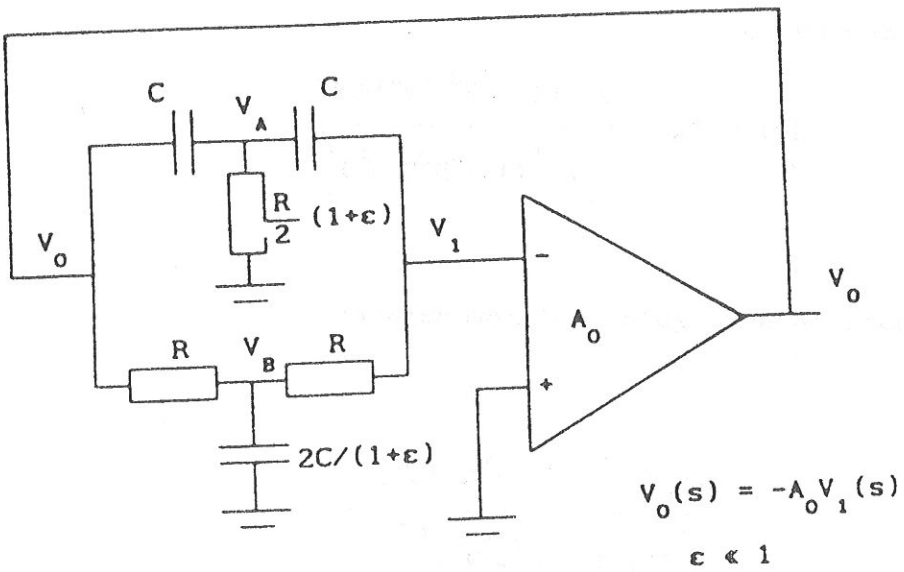
Este resultado no es a priori lógico dado que, para un oscilador debería cumplirse:

$$T(j\omega_{osc}) = -1$$

Observación:

Una posible explicación es la existencia de un desapareamiento entre componentes, de forma que se satisfaga la condición de ángulo:

Supongamos, por ejemplo una pequeña desviación ε en el valor de los componentes tal como se muestra en la siguiente figura:



en este caso, la nueva función de transferencia de la red en doble T, $H_\varepsilon(j\omega)$ será:

$$H_\varepsilon(j\omega) = \frac{(1+\varepsilon)(1 - R^2C^2\omega^2) + j(1+\varepsilon)\omega RC\varepsilon}{(1+\varepsilon)(1 - R^2C^2\omega^2) + j\omega RC[4+2\varepsilon+\varepsilon(1+\varepsilon)]}$$

la ganancia de lazo será por tanto:

$$T(j\omega) = A_0 \frac{(1+\varepsilon)(1 - R^2C^2\omega^2) + j(1+\varepsilon)\omega RC\varepsilon}{(1+\varepsilon)(1 - R^2C^2\omega^2) + j\omega RC[4+2\varepsilon+\varepsilon(1+\varepsilon)]} \qquad (15)$$

Multiplicando en (15) por el complejo conjugado del denominador e imponiendo la condición de ángulo (10) se obtiene:

$$tg^{-1} \frac{-(1+\varepsilon)\omega RC(1 - R^2C^2\omega^2)[4+2\varepsilon]}{(1+\varepsilon)^2\left[(1 - R^2C^2\omega^2) + R^2C^2\omega^2[4+2\varepsilon+\varepsilon(1+\varepsilon)]\right]} = \pm 180^\circ$$

condición que se cumple para $\omega = 1/RC$ sin provocar indeterminación.

3) Si $A(s) = \dfrac{A_0\omega_0}{s + \omega_0}$

3.1. Nueva frecuencia de oscilación y condición sobre ω_0

En este caso, basta con sustituir en la expresión (9) A_0 por la expresión A(s) del enunciado, obteniéndose:

$$T(s) = \frac{A_0\omega_0}{s + \omega_0} \; \frac{R^2C^2s^2 + 1}{R^2C^2s^2 + 4RCs + 1} \qquad (16)$$

El procedimiento es idéntico al desarrollado en el apartado 2.3, a saber:

Desarrollando (16) se obtiene

$$T(s) = \frac{A_0\omega_0(R^2C^2s^2 + 1)}{R^2C^2s^3 + RC(RC\omega_0 + 4)s^2 + (4RC\omega_0 + 1)s + \omega_0} \qquad (17)$$

para $s = j\omega$, la expresión de $T(j\omega)$ será:

$$T(j\omega) = \frac{A_0\omega_0(1 - R^2C^2\omega^2)}{\omega_0 - RC(RC\omega_0 + 4)\omega^2 + j(4RC\omega_0\omega + \omega - R^2C^2\omega^3)}$$

La condición de ángulo será en este caso:

$$tg^{-1} A_0\omega_0(1 - R^2C^2\omega^2) - tg^{-1} \frac{(4RC\omega_0\omega + \omega - R^2C^2\omega^3)}{\omega_0 - RC(RC\omega_0 + 4)\omega^2} = \pm 180^\circ \quad (18)$$

esta última ecuación es equivalente a:

$$\omega(4RC\omega_0 + 1 - R^2C^2\omega^2) = 0 \quad (19)$$

$$\omega_{osc} = \frac{(4RC\omega_0 + 1)^{1/2}}{RC} \quad (20)$$

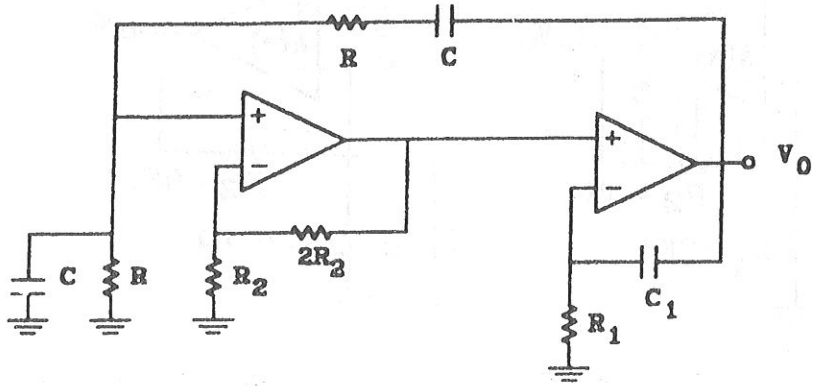
Finalmente, para obtener la frecuencia de oscilación correspondiente al apartado 2.3, deberá cumplirse:

$$4RC\omega_0 \ll 1, \text{ es decir } \omega_0 \ll 1/4RC$$

A modo de conclusión, esta última desigualdad impone que la $\omega_{osc} \approx 1/RC$ si el polo dominante del amplificador operacional se ubica muy por debajo del cuarto de la frecuencia de oscilación.

PROBLEMA 2: (Junio 93)

Dado el oscilador de la figura en el cual se consideran los amplificadores operacionales ideales:



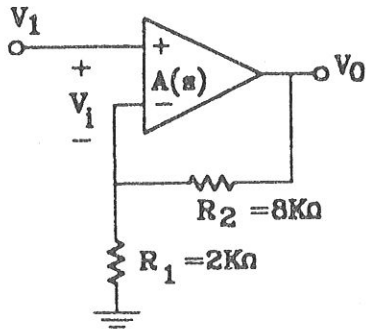
Tras deducir el flujograma del circuito, deduzca qué conjunto de valores **a** o **b** de los parámetros R, C, R_1, C_1 permite la oscilación del sistema, determinando el valor de dicha frecuencia de oscilación. Qué condición deben verificar los parámetros anteriores para que oscile el circuito?

a: $R = R_1 = 1K\Omega; C = C_1 = 10\mu F$ **b:** $R = 1K\Omega; R_1 = 4K\Omega; C = C_1 = 10\mu F$

TIEMPO: 45 mn. **PUNTUACION:** 3 p.

PROBLEMA 3: (Junio 93)

Dado el siguiente amplificador no inversor de la figura:



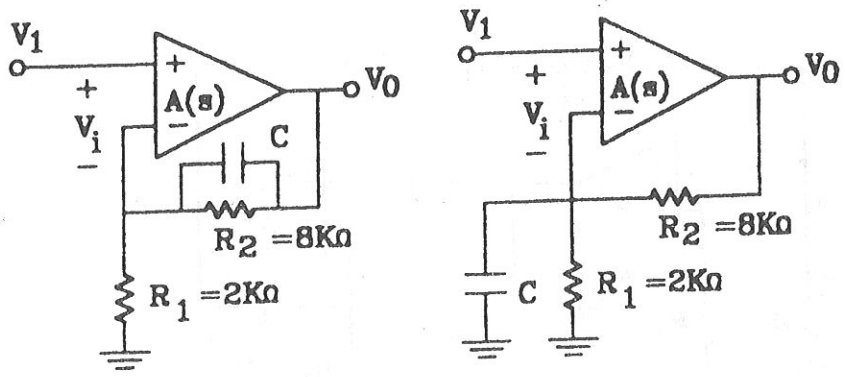
constituido por un A.O cuya ganancia en lazo abierto viene dada por:

$$A(s) = \frac{5000}{(\frac{s}{2\pi.1MHz}+1)(\frac{s}{2\pi.4MHz}+1)(\frac{s}{2\pi.40MHz}+1)}$$

cuya curva de fase se representa en la hoja adjunta **que deberá ser entregada al final del examen;**

1-Deduzca el margen de fase del sistema sin compensar utilizando la gráfica adjunta.

2-Se desea compensar el amplificador para que su nuevo margen de fase sea de 45°; para ello se propone añadir un condensador C conectado de dos forma diferentes **A** y **B** según la siguiente figura:



A **B**

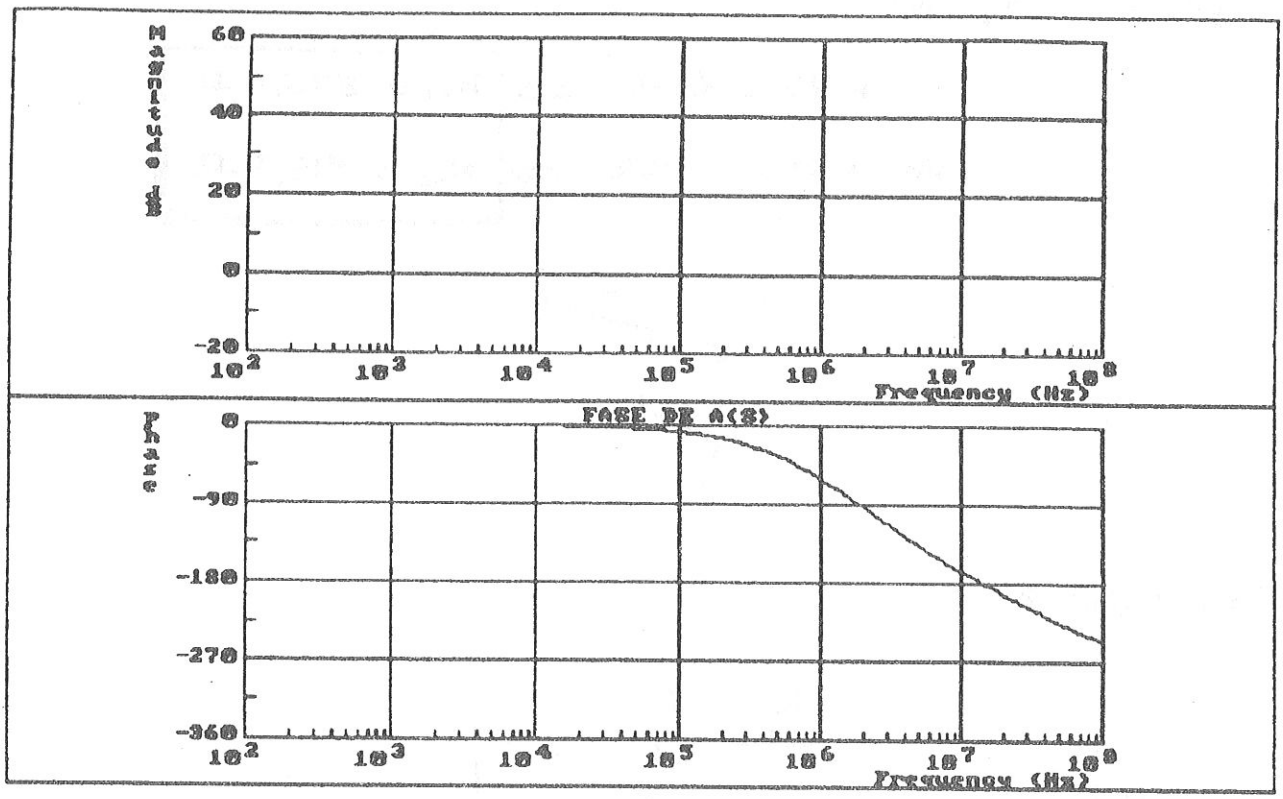
2.1-Deduzca el tipo de compensación realizado por los circuitos **A** y **B**.

2.2-A la vista del margen de fase inicial, escoja una de las dos compensaciones propuestas, y calcule el valor del condensador. Refleje sus resultados gráficamente en la hoja adjunta.

TIEMPO: 45mm **PUNTUACION:** 3p.

APELLIDOS:

NOMBRE:



es decir:

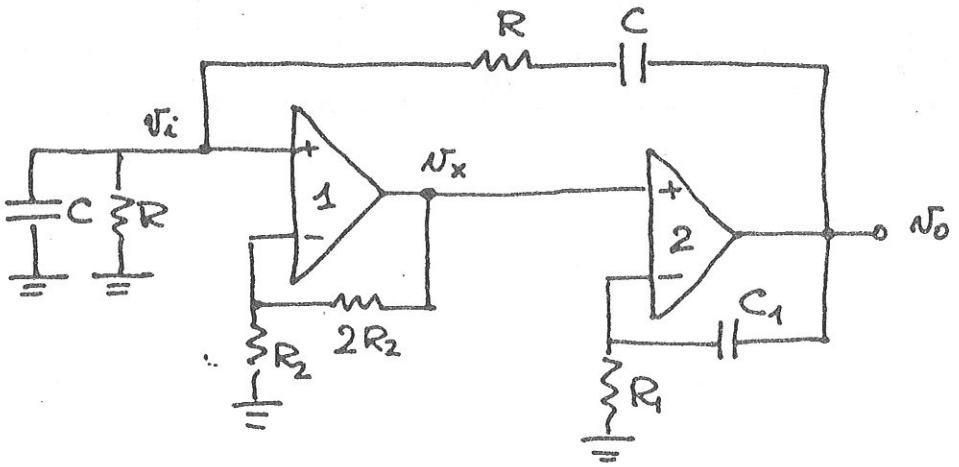
$$\boxed{R' \simeq 96{,}5\ \Omega}$$

5- Puesto que los tres transistores son idénticos así como sus parámetros de pequeña señal, los puntos de trabajo también deben serlo, y en consecuencia también las redes de polarización de base, emisor y colector; esto exige, al ser la resistencia de colector de la 3ª etapa de 1K, que:

$$R_{C_1} + R'_{C_1} = 1K\Omega \Longrightarrow \boxed{R_{C_1} = 876{,}4\ \Omega}$$

$$R_{C_2} + R'_{C_2} = 1K\Omega \Longrightarrow \boxed{R_{C_2} = 915{,}7\ \Omega}$$

PROBLEMA 2:



Al tratarse de un oscilador, deduciremos en primer lugar el flujograma y la ganancia de lazo correspondientes:

1- Flujograma

Al ser el A.O 1 ideal, puede escribirse:

$$V_x = 3V_i \qquad (1)$$

Por otra parte, en el A.O 2:

$$\frac{V_x}{R_1} = \frac{V_o - V_x}{1/C_1 s} \Longrightarrow \frac{V_x}{R_1} = C_1 s\,(V_o - V_x)\text{, finalmente:}$$

$$V_o = \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_1 C_1 s} V_x \qquad (2)$$

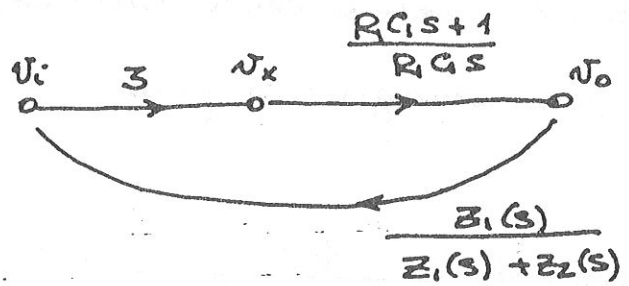
Por otra parte, la igualdad de corrientes en el terminal no inversor del A.O.1 impone:

$$\frac{V_i}{Z_1(s)} = \frac{V_o - V_i}{Z_2(s)}\text{, siendo } \begin{cases} Z_1(s) = R \,//\, \frac{1}{Cs} = \frac{R}{RCs+1} \\ Z_2(s) = R + \frac{1}{Cs} = \frac{RCs+1}{Cs} \end{cases}$$

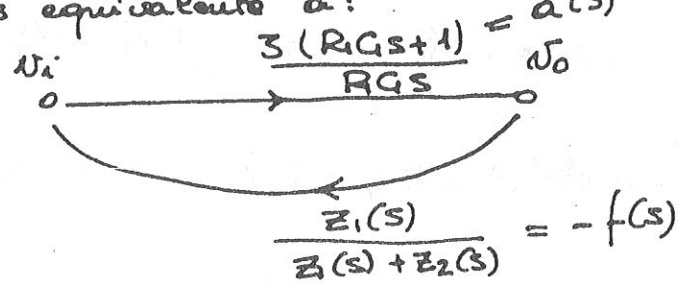
luego:

$$V_i = \frac{Z_1(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)} V_o \qquad (3)$$

El flujograma del circuito se obtiene a partir de las ecuaciones (1) (2) y (3):



que es equivalente a:



2- Ganancia de lazo $T(s)$

Del flujograma anterior se deduce que:

$$T(s) = a(s)f(s) = -\frac{3(R_1C_1s+1)}{R_1C_1s} \cdot \frac{Z_1(s)}{Z_3(s)+Z_2(s)}$$

Sustituyendo $Z_1(s)$ y $Z_2(s)$ por sus expresiones correspondientes:

$$T(s) = -\frac{3(R_1C_1s+1)}{R_1C_1s} \cdot \frac{\frac{R}{RCs+1}}{\frac{R}{RCs+1} + \frac{RCs+1}{Cs}}$$, es decir:

$$T(s) = \frac{-3(R_1C_1s+1)}{R_1C_1\cancel{s}} \cdot \frac{RC\cancel{s}}{RCs+(RCs+1)^2}$$, finalmente:

$$\boxed{T(s) = -\frac{3(R_1C_1s+1)}{R_1C_1} \frac{RC}{R^2C^2s^2+3RCs+1}}$$

3- Frecuencia y condición de oscilación:

1ª Forma: ECUACION CARACTERISTICA

Al tratarse de un oscilador, la ecuación característica

$1+T(s)=0$, deberá tener solución para $s=j\omega$

es decir, cuando s sea imaginario puro.

En nuestro caso:

$$1 - \frac{3(R_1C_1s+1)}{R_1C_1} \frac{RC}{R^2C^2s^2+3RCs+1} = 0 \Rightarrow$$

$$R_1C_1\{R^2C^2s^2+3RCs+1\} = 3RC\{R_1C_1s+1\}$$, es decir

$$R_1C_1R^2C^2s^2 + R_1C_1 - 3RC = 0$$, luego

$$s^2 = \frac{3RC - R_1C_1}{R_1C_1R^2C^2}$$, por tanto:

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Especialitat: | Curs: | Grup:

Assignatura: | Data: / / 199

1º) si $3RC > R_1C_1$:

El sistema tiene dos raíces reales de signo contrario y por tanto es inestable:

$$s = \pm \frac{1}{RC}\sqrt{\frac{3RC}{R_1C_1} - 1}$$

2º) si $3RC < R_1C_1$

El sistema tiene dos raíces imaginarias puras y se trata por tanto de un oscilador:

$$\boxed{s = \pm j\omega = \pm j\frac{1}{RC}\sqrt{1 - \frac{3RC}{R_1C_1}}}$$

Conclusión: Para que el sistema oscile, debe cumplirse que

$R_1C_1 > 3RC$ ($\Rightarrow$ condición de oscilación)

en cuyo caso la frecuencia de oscilación, ω, es:

$$\omega = \frac{1}{RC}\sqrt{1 - \frac{3RC}{R_1C_1}}$$

Como puede comprobarse el conjunto de parámetros A, no cumple la condición de oscilación, mientras que sí la verifica el conjunto de parámetros B. La frecuencia de oscilación correspondiente a este juego de parámetros es:

$$\boxed{\omega = \frac{1}{1k\Omega \cdot 10pF}\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = 50\ rd/s \simeq 8\ Hz}$$

1ª Forma: CONDICIONES de ANGULO y MODULO

En este caso, al verificarse la ecuación característica para $s = j\omega_0$

$$T(j\omega_0) = -1 \iff \begin{cases} Re\{T(j\omega_0)\} = -1 \\ Im\{T(j\omega_0)\} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} |T(j\omega_0)| \doteq 1 \\ \measuredangle T(j\omega_0) = \pm 180^\circ \end{cases}$$

donde $T(j\omega_0) = Re\{T(j\omega_0)\} + j\,Im\{T(j\omega_0)\} = |T(j\omega_0)|\, e^{j\measuredangle T(j\omega_0)}$

Calculando $T(j\omega_0)$:

$$T(j\omega_0) = -\frac{3(1+j\omega_0 R_1 C_1)}{R_1 C_1} \cdot \frac{RC}{1-\omega_0^2 R^2 C^2 + j\omega_0 3RC}, \text{ es decir}$$

$$T(j\omega_0) = \frac{-3RC(1+j\omega_0 R_1 C_1)}{R_1 C_1} \cdot \frac{(1-\omega_0^2 R^2 C^2 - j\omega_0 3RC)}{[1-\omega_0^2 R^2 C^2]^2 + 9R^2C^2\omega_0^2}$$

$$T(j\omega_0) = \frac{-3RC}{R_1 C_1\{[1-\omega_0^2 R^2 C^2]^2 + 9R^2C^2\omega_0^2\}} \left\{ \begin{array}{l} 1-\omega_0^2 R^2 C^2 + \omega_0^2 3RCR_1C_1 + \\ + j\omega_0 [R_1C_1(1-\omega_0^2 R^2 C^2) - 3RC] \end{array} \right\}$$

de lo que se deduce

$$Re\{T(j\omega_0)\} = \frac{-3RC}{R_1 C_1\{[1-\omega_0^2 R^2 C^2]^2 + 9R^2C^2\omega_0^2\}} \cdot \{1-\omega_0^2 R^2 C^2 + \omega_0^2 3RCR_1C_1\}$$

$$\frac{3RC}{R_1C_1} + \frac{1}{RC} \quad \frac{R_1C_1 - 3RC}{3R_1C_1} \quad 3RCR_1$$

$$\frac{3RC}{R_1C_1} + \frac{3R_1C_1}{RC} - \frac{9RC}{RC}$$

$$Im\{T(j\omega_0)\} = \frac{-3RC}{R_1 C_1\{[1-\omega_0^2 R^2 C^2]^2 + 9R^2C^2\omega_0^2\}} \cdot \omega_0 \{R_1C_1(1-\omega_0^2 R^2 C^2) - 3RC\}$$

Dado que la parte imaginaria ha de ser nula:

$$\cancel{\omega_0}\{R_1C_1(1-\omega_0^2 R^2 C^2) - 3RC\} = 0, \text{ es decir:}$$

$$R_1C_1 - \omega_0^2 R^2 C^2 R_1C_1 - 3RC = 0 \implies R_1C_1 + s^2R^2C^2R_1C_1 - 3RC =$$

$$s^2 = \frac{3RC - R_1C_1}{R^2C^2R_1C_1}$$

$$\omega_0^2 = \frac{R_1C_1 - 3RC}{R_1C_1R^2C^2}, \quad \cancel{\omega_0 = \pm}$$

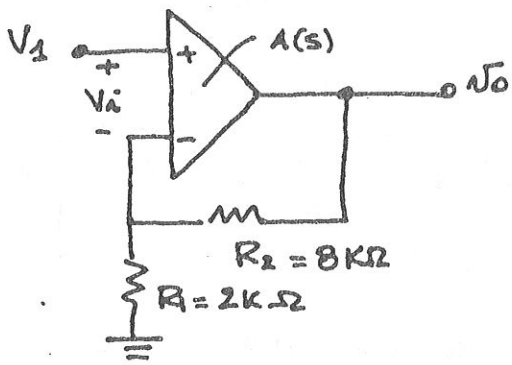
en este caso ω_0 tiene que ser real para que el circuito oscile, luego:

$$R_1C > 3RC \quad y \quad \omega_0 = \pm\frac{1}{RC}\sqrt{1-\frac{3RC}{R_1C}}$$

que corresponde a la condición y frecuencia de oscilación obtenidas en el apdo anterior.

*) Observación: nótese que se obtiene tanto la frecuencia como la condición de oscilación de la misma ecuación, $Im\{T(j\omega_0)\} = 0$, que es equivalente a la condición de ángulo $\measuredangle T(j\omega_0) = \pm 180^\circ$. Puede comprobarse que la condición de módulo no es relevante en este caso. Esto es debido a la ausencia de término en s en la ecuación característica.

PROBLEMA 3:

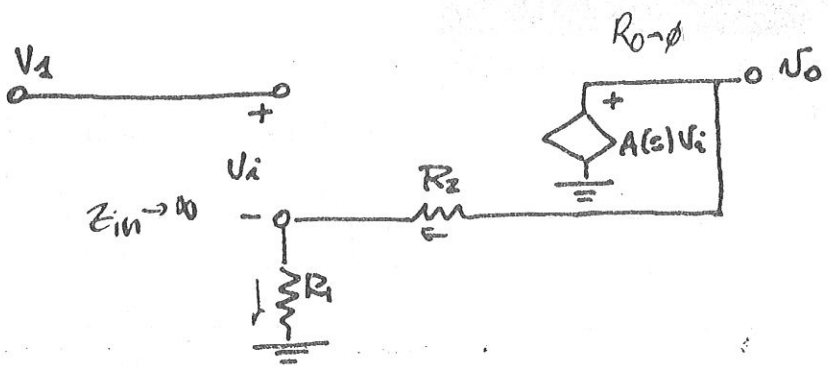


$$A(s) = \frac{5000}{\left(\frac{s}{2\pi 1MHz}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 4MHz}+1\right)\left(\frac{s}{2\pi 40MHz}+1\right)}$$

1- Margen de fase del sistema sin compensar.

Para ello se deducirá el flujograma del circuito, así como la correspondiente ganancia de lazo

El circuito equivalente del amplificador no inversor es:



Las ecuaciones correspondientes al circuito equivalente son:

$$v_o = A(s)\, v_i \qquad (1)$$

$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} = \frac{v_o - (v_1 - v_i)}{R_2} \qquad (2)$$

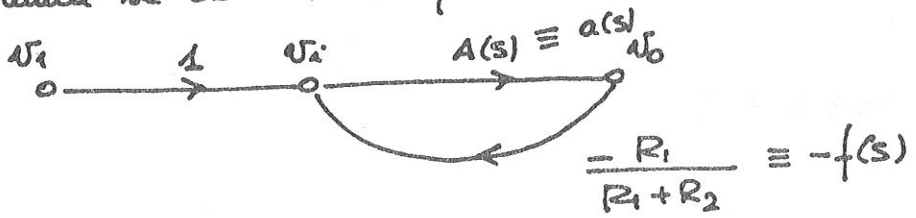
Esta última ecuación puede reescribirse como:

$$R_2 v_1 - R_2 v_i = R_1 v_o - R_1 v_1 + R_1 v_i \quad , \text{ es decir}$$

$$v_i (R_1 + R_2) = R_2 v_1 + R_1 v_1 - R_1 v_o$$

$$\boxed{v_i = v_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \qquad (3)}$$

El flujograma se obtiene a partir de (1) y (3)



La ganancia de lazo $T(s)$ será pués:

$$\boxed{T(s) = a(s)\, f(s) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} A(s)} \qquad (3\text{bis})$$

Para determinar el margen de fase del circuito, se trazará el diagrama de Bode de $T(s)$. Con los datos del enunciado:

$$T(s) = \frac{2K\Omega}{2K\Omega + 8K\Omega} \cdot \frac{5000}{\left(\frac{s}{2\pi\, 1MHz} + 1\right)\left(\frac{s}{2\pi\, 4MHz} + 1\right)\left(\frac{s}{2\pi\, 40MHz} + 1\right)}$$

Es decir

$$T(s) = \frac{1000}{\left(\frac{s}{2\pi\, 1MHz} + 1\right)\left(\frac{s}{2\pi\, 4MHz} + 1\right)\left(\frac{s}{2\pi\, 40MHz} + 1\right)}$$

Las correspondientes expresiones del módulo y la fase de $T(s)$ son:

$$|T(j\omega)|_{dB} = 20\log|T(j\omega)| = 20\log 10^5 - 20\log\left|\frac{j\omega}{2\pi\cdot 1MHz}+1\right| - 20\log\left|\frac{j\omega}{2\pi 4MHz}+1\right|$$

$$- 20\log\left|\frac{j\omega}{2\pi\cdot 40MHz}+1\right| \qquad (4)$$

$$\measuredangle T(j\omega) = -tg^{-1}\left(\frac{\omega}{2\cdot\pi\cdot 1MHz}\right) - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{2\pi\cdot 4MHz}\right) - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{2\pi\, 40MHz}\right) \quad (5)$$

donde puede observarse que

$$\measuredangle T(s) = \measuredangle A(s)$$

<u>Trazado del diagrama:</u> (véase hoja adjunta)

El diagrama de asintótico de $|T(j\omega)|_{dB}$ aparece en la hoja adju
Como puede apreciarse gráficamente, el margen de fase del sist
ma sin compensar, MFo es de

$$MFo \simeq +180^\circ - 225^\circ \simeq -45^\circ$$

Puede, opcionalmente, hacerse una estimación analítica de dicho margen; para ello se estima la frecuencia de cruce por 0 dB (C) y se calcula $\measuredangle T(jC)$ mediante (5):

La ordenada del punto A será: $C(dB) - Y_A = 20\log\frac{9MHz}{1MHz}$

$$Y_A - 60 = -20\log\frac{4MHz}{1MHz} \Rightarrow Y_A \simeq 48\,dB$$

Mientras que el punto B: $Y_A - Y_B = 20\log\frac{40MHz}{1MHz}$

$$Y_B - 48 = -40\log\frac{40MHz}{4MHz} \Rightarrow Y_B \simeq 8\,dB$$

Finalmente, la frecuencia de cruce por 0dB será la solución de:

$$0 - 8dB = -60 \log \frac{f}{40MHz} \; : \qquad \boxed{f_{0dB} = 54,3 \text{ MHz}}$$

$$8dB = -\phi = 60 \log \frac{f_{0dB}}{40MHz}$$

La fase correspondiente a dicha frecuencia será pues de:

$$\measuredangle T(j f_{0dB}) = -tg^{-1} \frac{54,3MHz}{1MHz} - tg^{-1} \frac{54,3MHz}{4MHz} - tg^{-1} \frac{54,3MHz}{40MHz}$$

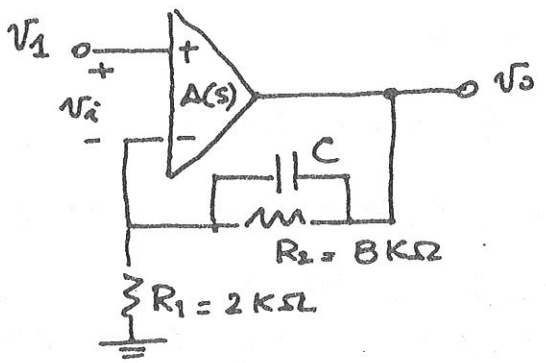
$$= -88,94 - 85,78^{\circ} - 53,62^{\circ} = \boxed{-228,34^{\circ}}$$

Resultando un MF_0 de

$$\boxed{MF_0 = +180^{\circ} - 228,34^{\circ} = -48,34^{\circ}}$$

2.1 - Efecto de las redes de compensación:

Red A:



Para deducir el efecto de dicha compensación bastará sustituir R_2 por

$$Z_2 = R_2 \parallel \frac{1}{Cs} = \frac{R_2}{R_2 Cs + 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{R_2} + sC}$$

en la expresión (3 bis) de la ganancia de lazo, resultando

$$T(s) = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{R_2 Cs + 1}} \cdot A(s) = \frac{R_1 (R_2 Cs + 1)}{R_1 R_2 Cs + R_1 + R_2} \cdot A(s)$$

que puede reescribirse como:

$$\boxed{T(s) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A(s) \cdot \underbrace{\frac{R_2 Cs + 1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} Cs + 1}}_{\text{efecto de la red}}}$$

dicha red introduce un cero en

$$s_z = -\frac{1}{R_2 C}$$

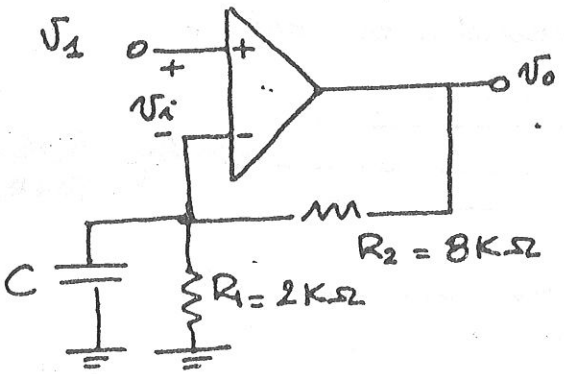
y un polo en

$$s_p = -\frac{1}{R_1 \| R_2 C}$$

$$\Rightarrow |s_p| > |s_z|$$

Se trata pués de una compensación cero-polo, o en adelanto de fase.

Red B:



Procediendo como en el caso anterior, bastará sustituir en este caso R_1 por $\frac{1}{\frac{1}{R}+sC}$

$$Z_1 = R_1 \| \frac{1}{Cs} = \frac{R_1}{R_1 Cs + 1}$$

en la expresión (3bis):

$$T(s) = \frac{\frac{R_1}{R_1 Cs + 1}}{\frac{R_1}{R_1 Cs + 1} + R_2} \cdot A(s)$$, es decir:

$$T(s) = \frac{R_1}{R_1 R_2 Cs + R_1 + R_2} \cdot A(s)$$

que puede reescribirse como:

$$\boxed{T(s) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A(s) \cdot \underbrace{\frac{1}{\frac{R_1 R_2 C s}{R_1 + R_2} + 1}}_{\text{efecto de la comp.}}}$$

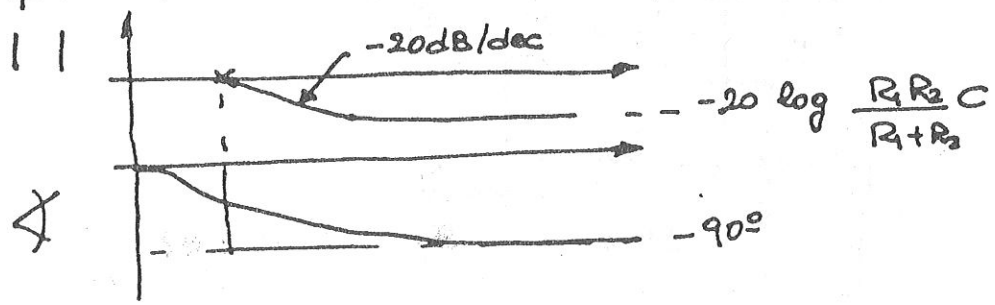
Esta red introduce un único polo finito en

$$s_p = -\frac{1}{R_1 \| R_2 C}$$

2.2 Tipo de compensación y valor de C.

Dado que el margen de fase deseado es, $MF_d = 45^\circ$ y el inicial es de $MF_0 \cong -45^\circ$, NO puede utilizarse una compensación en adelanto de fase mediante una f^ón de transferencia de primer orden, dado que debería aportarse un adelanto de fase del orden de 90°.

En consecuencia se debe escoger la red B, que introduce un único polo.
Dado que esta red se caracteriza por:



es decir tiene un aporte de -90° en la fase total, debería escogerse una frecuencia ω' para la cual

$$\measuredangle T(j\omega')_{\text{sin compensar}} = -45^\circ$$

de esta forma al añadir el polo

$$\measuredangle T(j\omega')_{\text{compensado}} = -45^\circ - 90^\circ = -135^\circ$$

y el margen de fase será de

$$MF_d = 180 - 135^\circ = 45^\circ$$

Gráficamente, dicha frecuencia es

$$\omega' = 2\pi \cdot 1\text{MHz}.$$

Finalmente, el cálculo de la ubicación del polo se deduce imponiendo que

$$|T(j\omega')_{compensado}| = 0\,dB \quad , \text{ es decir}$$

$$|T(j\omega')_{sin\ comp}| \underbrace{- 20 \log \frac{\omega'}{\omega_p}}_{\text{efecto de la red}} = 0\,dB$$

$$\Rightarrow \quad 20 \log \frac{1MHz}{f_p} = 60 \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_p = 1KHz}$$

luego, el valor del condensador C será:

$$S_p = 2\pi \cdot 1KHz = \frac{1}{R_1 \| R_2\, C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi \cdot 1KHz\, R_1 \| R_2}$$

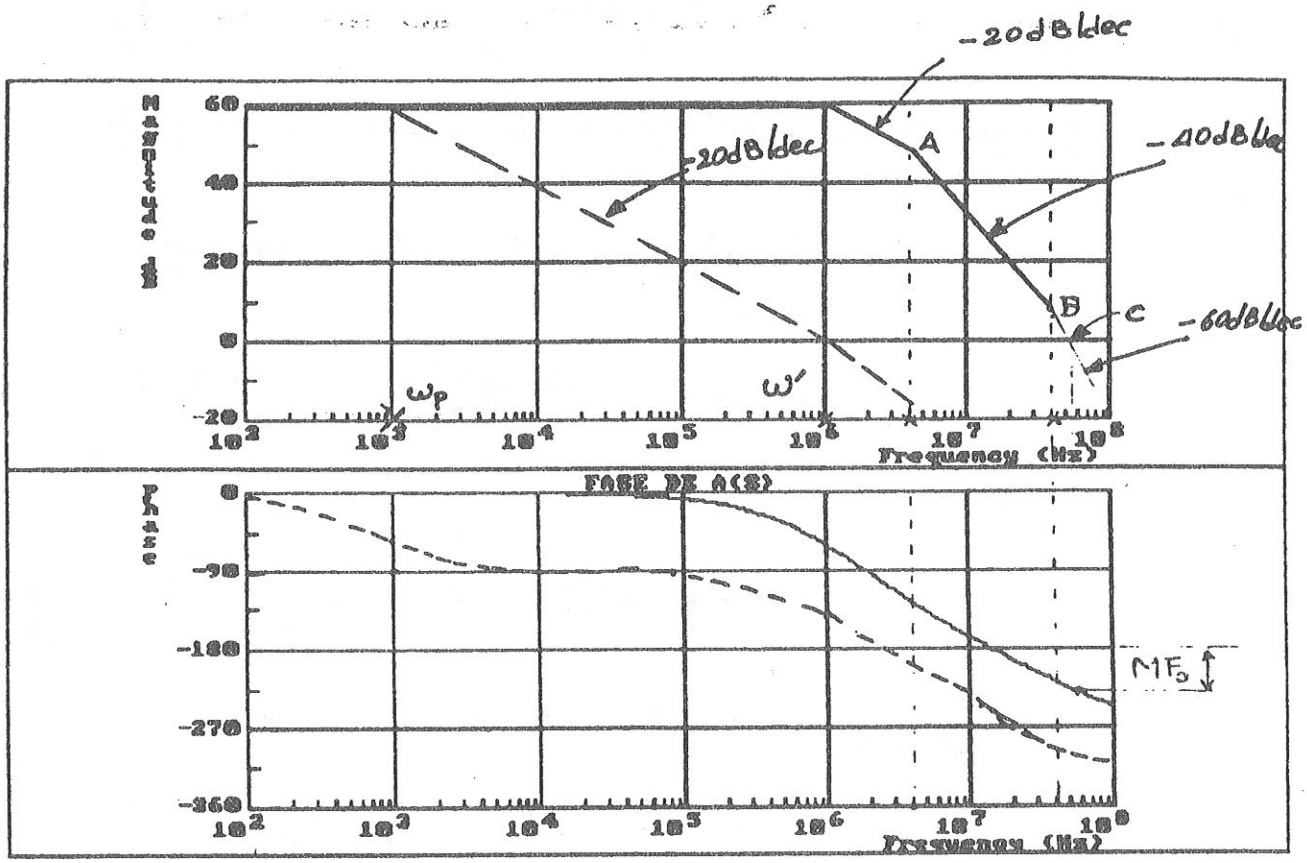
luego

$$\boxed{C \cong 99{,}5\ nF}$$

El efecto de la compensación puede verse en la gráfica adjunta.

PROBLEMA 5 - TARGAL Junio 93

SOLUCION.

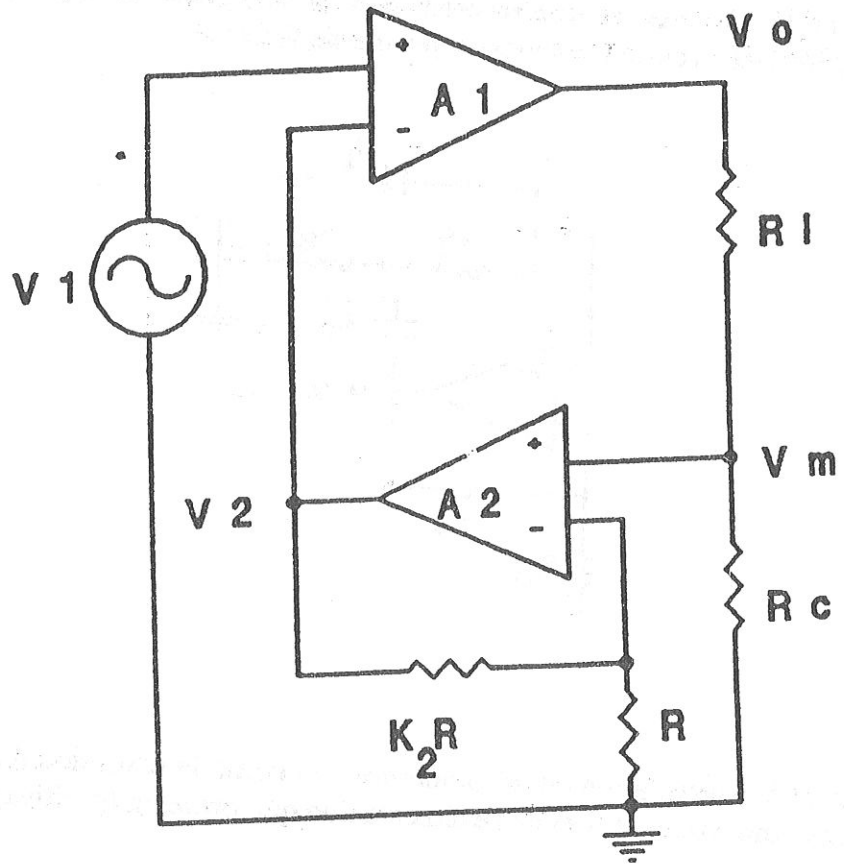


——— SIN COMPENSAR

- - - COMPENSADO

Problema I.

Para el siguiente circuito: (Sept. 93)



1. Dibujar su flujograma correspondiente y determinar la ganancia de lazo. ¿Corresponde al de una realimentación positiva o negativa?

2. Utilizando las expresiones:

$$A_1(s) = \frac{A_{o1}}{s+W_{c1}} \quad , \quad A_2(s) = \frac{A_{o2}}{s+W_{c2}}$$

para cada uno de los A.O.s, encontrar la función de transferencia $V_o(s)/V_i(s)$.

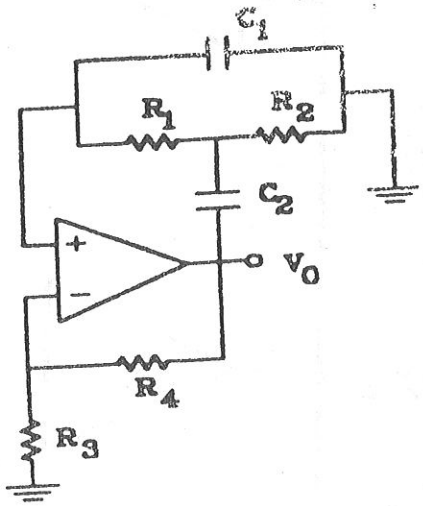
3. De la expresión anterior, determinar si el circuito es estable o no. Razonar.

4. Calcular su ancho de banda aproximado. Para ello se puede simplificar la expresión obtenida en (2), tomando el A.O.2 como ideal (ya que el polo que introduce queda muy lejos del origen).

3 puntos
(50 mins)

PROBLEMA 2: (Sept. 93)

El oscilador de la figura,en el que se considera el amplificador operacional ideal es una modificación del circuito oscilador en puente de Wien:



1.- Deduzca el flujograma del circuito anterior, así como la expresión de la ganancia de lazo del mismo indicando el tipo de realimentación que presenta (positiva,negativa).

2.- Denominando

$$K = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

2.1.- Obtenga la expresión de K en función del resto de parámetros (R_1, R_2, C_1, C_2), para que el circuito oscile.

2.2.- Deduzca en función de los mismos parámetros la frecuencia de oscilación y condición de arranque del oscilador.

2.3.- Si $R_1 = R_2 = R$ y $C_1 = C/2; C_2 = 2C$ obtenga la condición de arranque y frecuencia de oscilacion del circuito.

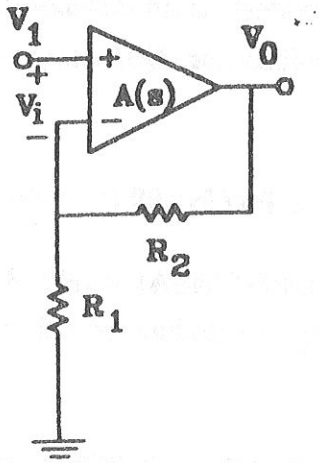
3.- Utilizando diodos zener ideales y resistencias, inserte en el oscilador un circuito capaz de garantizar el arranque y el mantenimiento de la oscilación, explicando cualitativamente su funcionamiento.

TIEMPO: 40 mm **PUNTUACION:** 3 p.

PROBLEMA 3: (Sept. 93)

Los apartados 5,6 y 7 son independientes del resto

Dado el amplificador no inversor de la figura, constituido por un A.O cuya ganancia en lazo abierto A(s) viene dada por:



$$A(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0}{(1+\frac{s}{2\pi.1MHz})(1+\frac{s}{2\pi.5MHz})(1+\frac{s}{2\pi.30MHz})}$$

y cuya curva de fase viene representada en tres hojas posteriores notadas como "GANANCIA MAXIMA","OSCILACION" y "COMPENSACION".

1.- Tras obtener el flujograma del circuito, deduzca la expresión de la ganancia de lazo del mismo notándola como $T_{NC}(s)$ (ganancia de lazo del sistema no compensado).

2.- En la hoja "GANANCIA MAXIMA" trace el diagrama asintótico de Bode de A(s) que correspondería al máximo valor de A_0 (ganancia en lazo abierto a bajas frecuencias) para que el sistema fuese estable para cualquier valor de R_1, R_2. Cuanto vale dicho valor, expresado en dB?

Para todos los siguientes apartados suponga $A_0 = 10^4$

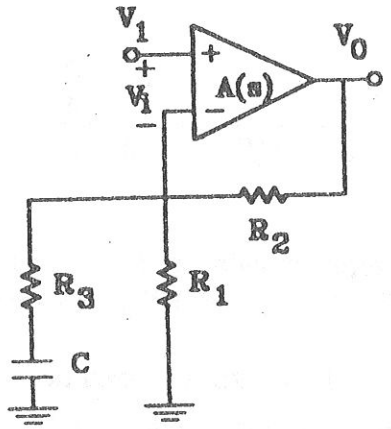
3.- Dibuje en la hoja "OSCILACION" el diagrama asintótico de Bode del módulo de A(s).

4.- En la misma hoja "OSCILACION" dibuje el diagrama asintótico de Bode del módulo de $T_{NC}(s)$ que correspondería a un oscilador, deduciendo el valor de R_2/R_1 que provoca la oscilación del amplificador. Qué desigualdad debe verificar R_2/R_1 para que el sistema sea estable?

Suponga a partir de este punto que R_2/R_1=99 (con $A_0 = 10^4$)

5.- Dibuje en la hoja marcada "COMPENSACION" el diagrama asintótico de Bode de $T_{NC}(s)$ correspondiente a R_2/R_1=99, deduciendo el margen de fase y la estabilidad del sistema no compensado.

6.- Se decide compensar el amplificador añadiendo la red R_3, C tal como se muestra en la siguiente figura:



Obtenga la nueva ganancia de lazo del sistema, notándola como $T_C(s)$ (ganancia de lazo del sistema compensado), expresándola como:

$$T_C(s) = T_{NC}(s).H_C(s)$$

donde $H_C(s)$ es la función de transferencia correspondiente al efecto de la red de compensación. De qué compensación se trata?

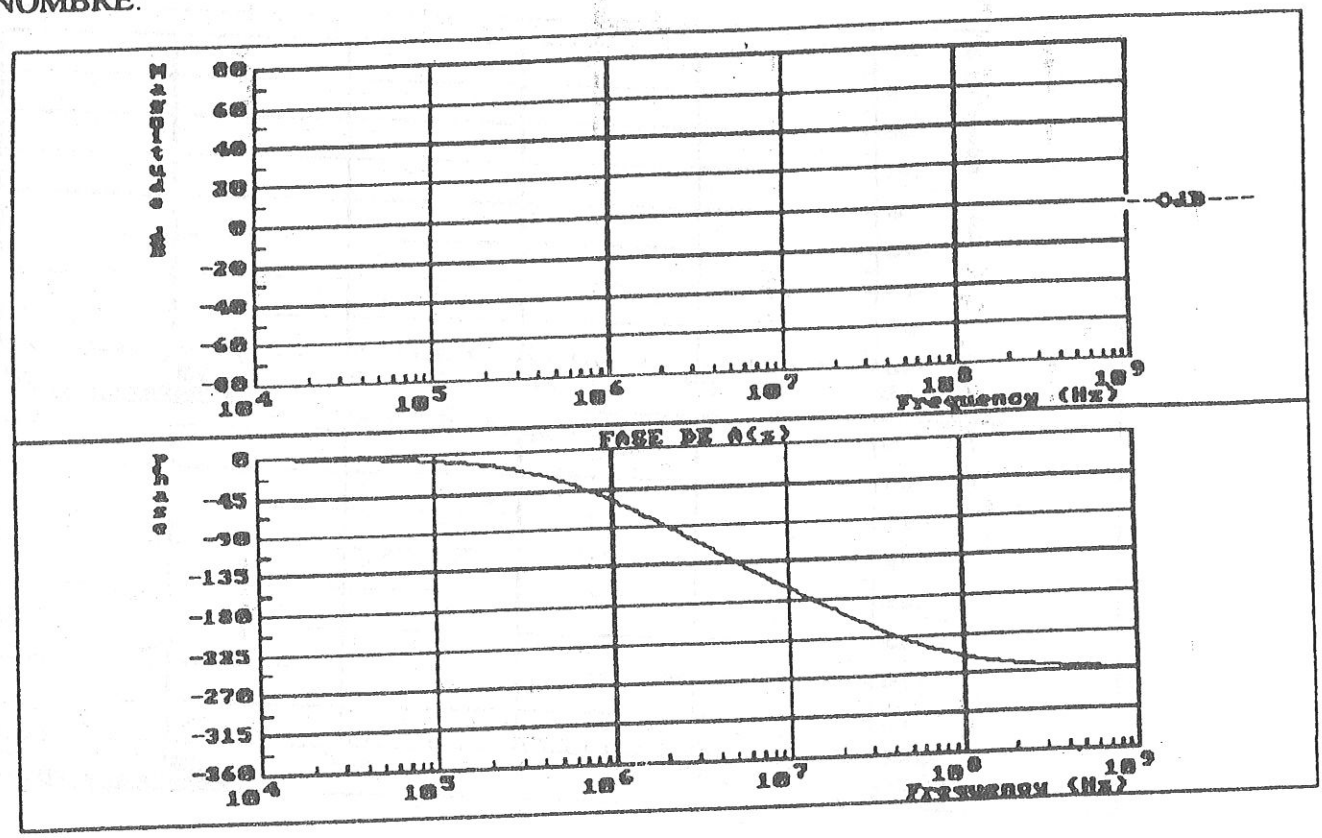
7.- Si $R_1 = 1K\Omega$ deduzca los valores de R_3 y C para que el amplificador compensado presente un margen de fase de 45 grados.

TIEMPO: 1h **PUNTUACION:** 4 p.

MAXIMA GANANCIA

APELLIDOS:

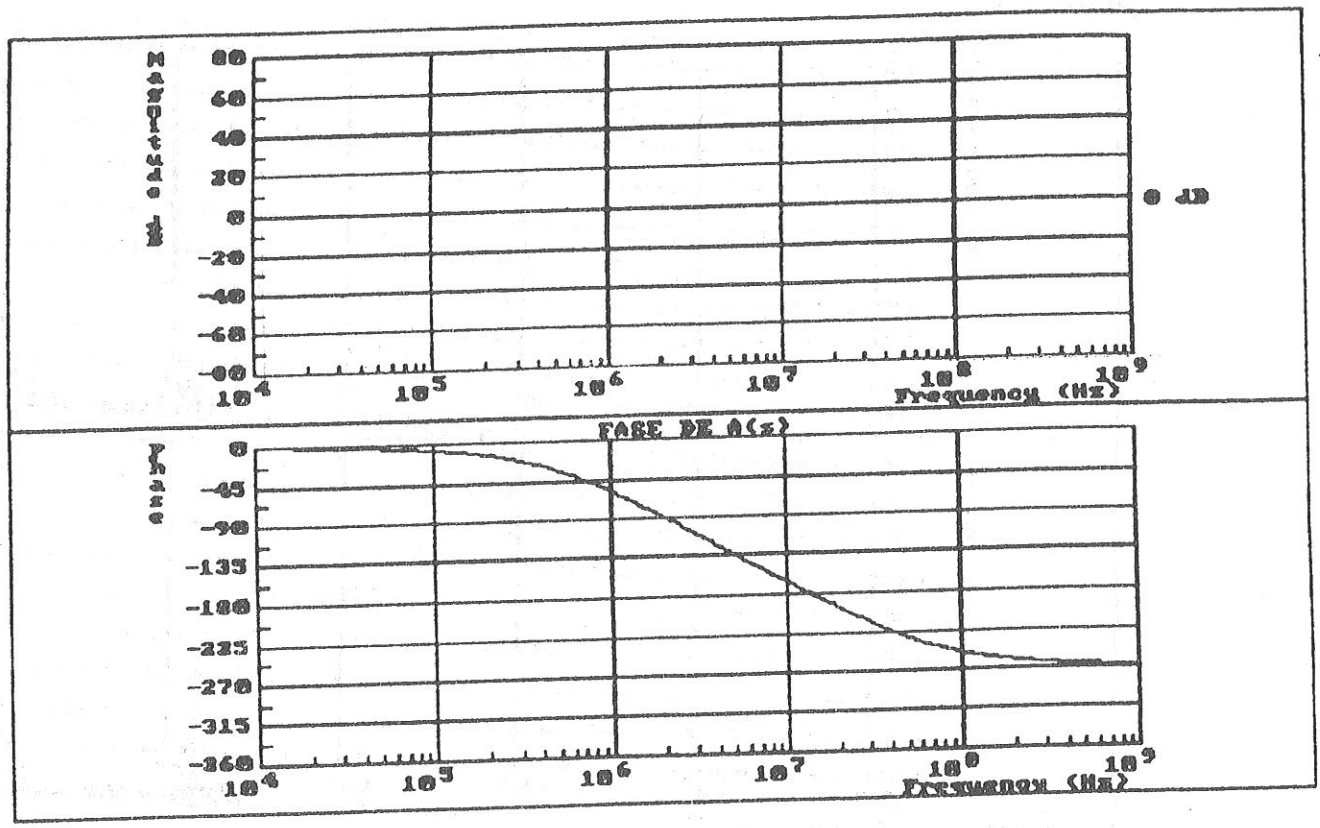
NOMBRE:



OSCILACION

APELLIDOS:

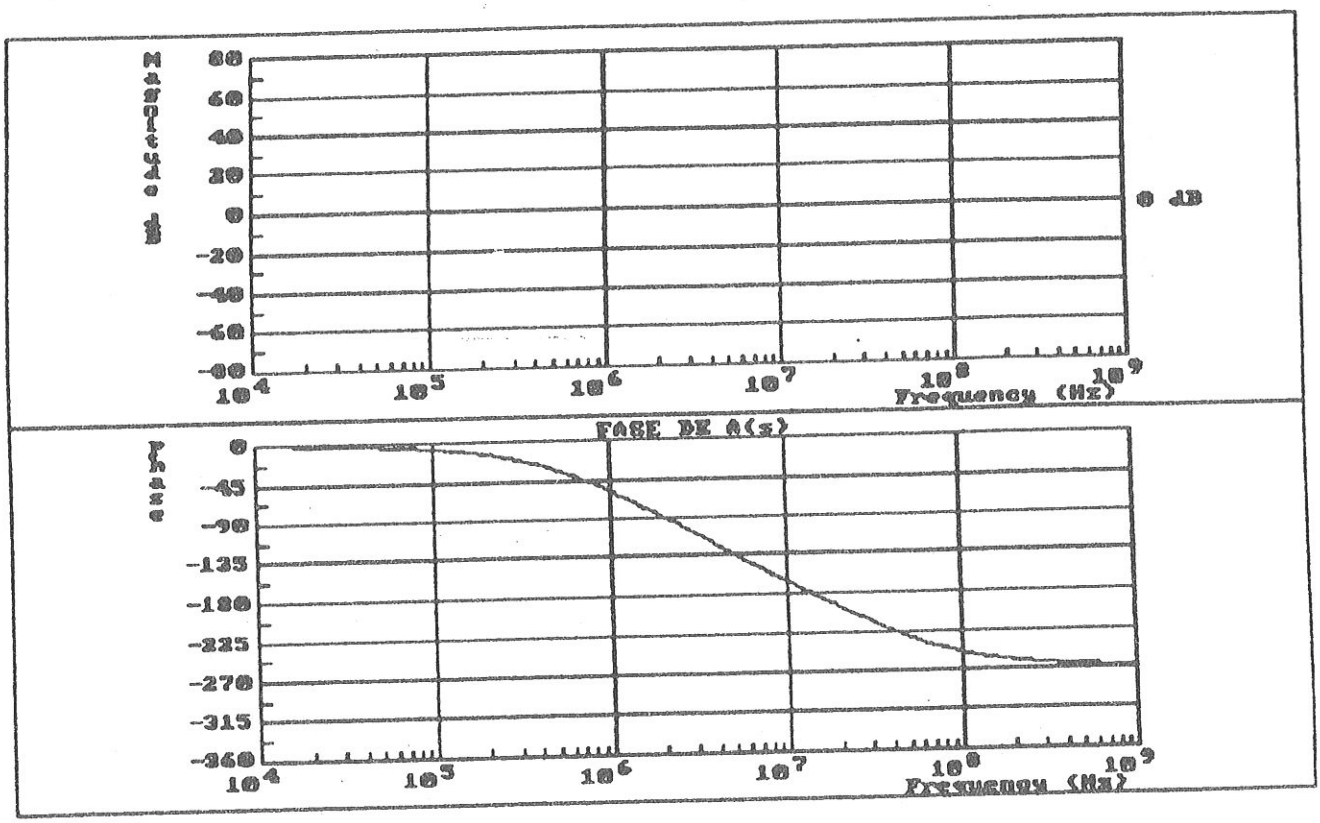
NOMBRE:



COMPENSACION

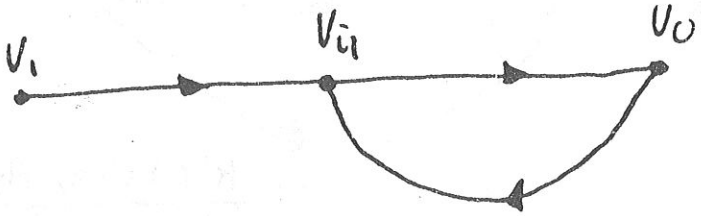
APELLIDOS:

NOMBRE:

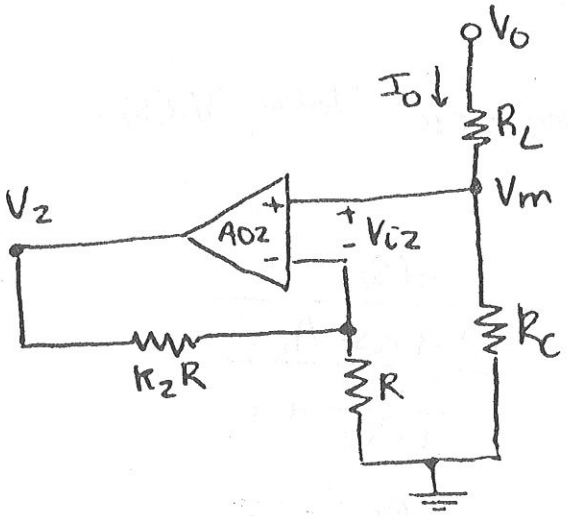


1er cuatrimestre — problema 1

1. Un posible flujograma:



$$V_0 = V_{i1} A_1(s) \qquad V_{i1} = V_1 - V_2$$



$$V_m = V_0 \frac{R_C}{R_L + R_C} = V_0 k'$$

donde $k' = \dfrac{R_C}{R_L + R_C}$

$$\frac{V_2 - (V_m - V_{i2})}{k_2 R} = \frac{(V_m - V_{i2})}{R}$$

$$\frac{V_2}{k_2} = V_m - V_{i2} + \frac{V_m - V_{i2}}{k_2}$$

$$V_2 = (1+k_2)\left[V_m - V_{i2}\right]$$

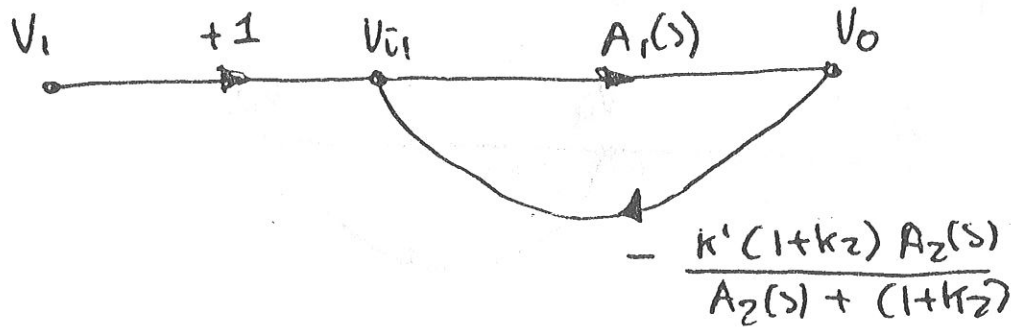
$$V_2 = (1+k_2)\left[V_m - \frac{V_2}{A_2(s)}\right]$$

$$V_2 A_2(s) = V_m A_2(s)(1+k_2) - V_2(1+k_2)$$

$$V_2\left(A_2(s) + [1+k_2]\right) = V_m A_2(s)(1+k_2)$$

$$V_2 = V_m \frac{A_2(s)(1+k_2)}{A_2(s) + (1+k_2)} = V_0 \frac{A_2(s)(1+k_2)\,k'}{A_2(s) + (1+k_2)}$$

Finalmente:



$$T(s) = \frac{(1+k_2)\,k'\,A_1(s)A_2(s)}{A_2(s)+(1+k_2)}$$ realim. negativa

2. Función de transferencia $V_o(s)/V_1(s)$:

$$A_f(s) = \frac{V_o(s)}{V_1(s)} = \frac{A_1(s)}{1+\dfrac{k'A_2(s)A_1(s)}{\dfrac{A_2(s)}{1+k_2}+1}}$$

$$= \frac{\dfrac{A_{01}}{s+\omega_{c1}}}{1+\dfrac{\dfrac{k'A_{02}A_{01}}{(s+\omega_{c1})(s+\omega_{c2})}}{\dfrac{A_{02}}{(1+k_2)(s+\omega_{c2})}+1}} = \frac{\dfrac{A_{01}}{s+\omega_{c1}}}{1+\dfrac{\dfrac{k'A_{01}A_{02}}{(s+\omega_{c1})\cancel{(s+\omega_{c2})}}}{\dfrac{A_{02}+(1+k_2)(s+}{(1+k_2)\cancel{(s+\omega_{c}}}}}$$

$$= \frac{A_{01}\left[A_{02}+(1+k_2)(s+\omega_{c2})\right]}{(s+\omega_{c1})\left[A_{02}+(1+k_2)(s+\omega_{c2})\right]+A_{01}A_{02}k'(1+k}$$

$$A_f(s) = \frac{A_{01}\left[(s+\omega_{c2})(1+k_2)+A_{02}\right]}{s^2(1+k_2)+s\left[(\omega_{c1}+\omega_{c2})(1+k_2)+A_{02}\right]+\omega_{c1}\omega_{c2}(1+k_2)+k'(1+k_2)A_{01}A_{02}}$$

③ Siguiendo el criterio de Routh se determina que el circuito es estable ya que todos los coeficientes del denominador son (+) y por lo tanto están en el S.P.I.

Otra forma de determinarlo es obteniendo los polos. Aplicando la ecuación cuadrática:

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $4ac > b^2$ entonces polos conjugados en el s

Si $b^2 > 4ac$ y $d = (b^2 - 4ac)$ $d < b$

y $s = \frac{-b \pm d}{2a}$ → es siempre (

y se puede observar que tanto b como a son (+) dando lugar a polos en el S.P.I.

④ Si tomamos A.O.2 como ideal esto representa que $A_{o2} \to \infty$

por tanto:

$$\lim_{A_{o2}\to\infty} A_f(s) = \frac{A_{o1}\left[1 + \cancel{\frac{(1+k_2)(s+\omega_{c2})}{A_{o2}}}\right]}{(s+\omega_{c1})\left[1 + \cancel{\frac{(1+k_2)(s+\omega_{c2})}{A_{o2}}}\right] + A_{o1}k'(1+k_2)}$$

ϕ ϕ

$$= \frac{A_{o1}}{s + \omega_{c1} + A_{o1}k'(1+k_2)}$$

el ancho de banda por lo tanto es:

$$BW = \omega_{c1} + A_{o1}\frac{R_c}{R_c + R_L}(1+k_2) \quad \text{rad/s}$$

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

EASEPT 93 (1)

ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRÚ

Full d'examen núm. .....

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Curs: Grup:

Especialitat:

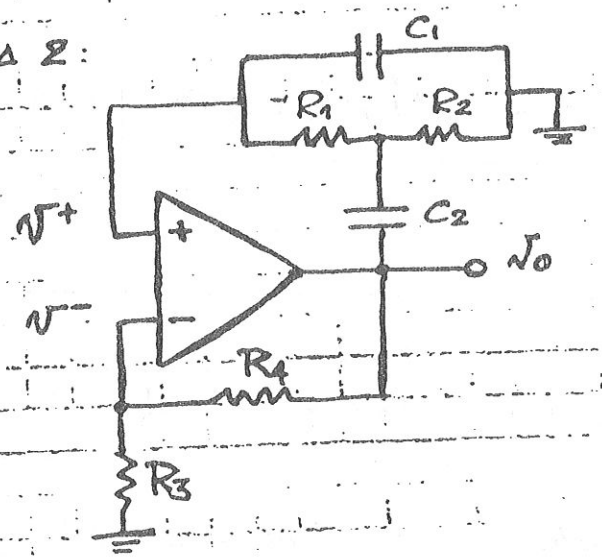
Data: / / 199

Assignatura:

ELECTRONICA APLICACIONES

SEPTIEMBRE 93 - SOLUCIONES - 1er PARCIAL

PROBLEMA 2:



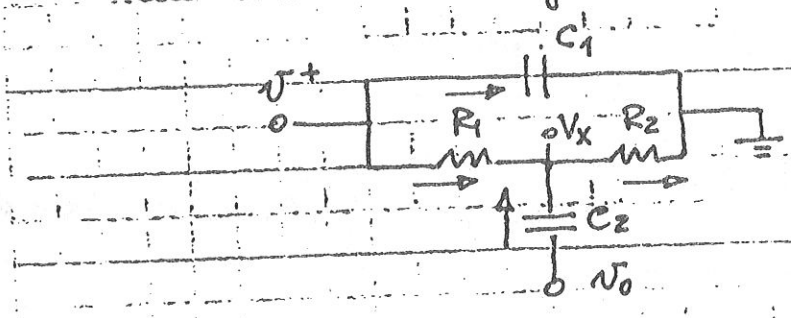
A.O. ideal $\Rightarrow v^- = v^+$

1- Flujograma y ganancia de lazo:

Las ecuaciones que describen el circuito son:

A) $v^- = v^+ = \dfrac{R_3}{R_4+R_3} v_o \Rightarrow \boxed{v_o = \left(1+\dfrac{R_4}{R_3}\right) v^+}$ (1)

B) Para encontrar una relación adicional entre v_o y v^+ basta con analizar el siguiente circuito:



Aplicando KCL al nodo v^+ se obtiene

$$v^+ G S = \frac{v^+ - v_x}{R_1} \Rightarrow \underline{v_x = v^+(R_1 G S + 1)}$$

Aplicando ahora KCL al nodo V_x:

$$\frac{v^+ - v_x}{R_1} + (v_o - v_x)C_2 s = \frac{v_x}{R_2} \quad (3)$$

Sustituyendo (2) en (3):

$$\frac{v^+ - v^+(R_1C_1s+1)}{R_1} + \left\{v_o - v^+(R_1C_1s+1)\right\}C_2 s = \frac{v^+(R_1C_1s+1)}{R_2} \Rightarrow$$

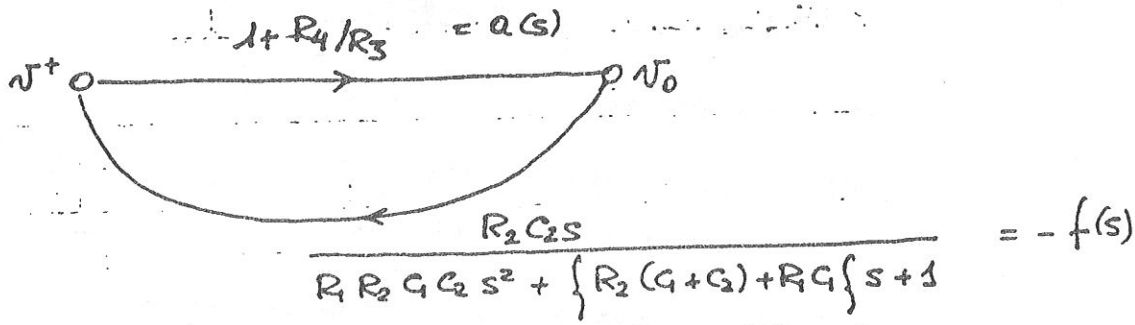
$$-v^+C_1s + v_oC_2s - v^+(R_1C_1C_2s^2 + C_2s) = \frac{v^+(R_1C_1s+1)}{R_2}$$

$$\Rightarrow \quad v_o R_2C_2 s = v^+\left[R_1R_2C_1C_2s^2 + \left\{R_2(C_1+C_2) + R_1C_1\right\}s + 1\right]$$

Finalmente:

$$\boxed{v^+ = \frac{R_2C_2s}{R_1R_2C_1C_2s^2 + \left\{R_2(C_1+C_2) + R_1C_1\right\}s + 1}\, v_o} \quad (4)$$

El flujograma resulta de las ecuaciones (1) y (4), a saber:



La ganancia de lazo será por tanto:

$$\boxed{T(s) = a(s)f(s) = -K\frac{R_2C_2s}{R_1R_2C_1C_2s^2 + \left\{R_2(C_1+C_2) + R_1C_1\right\}s + 1}} \quad (5)$$

donde
$$\begin{cases} K = 1 + \dfrac{R_4}{R_3} > 0 \\ \text{El signo menos denota la realimentación positiva} \end{cases}$$

ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRÚ

Full d'examen núm. .....

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Curs: Grup:

Especialitat:

Data: / / 199

Assignatura:

2.1- Expresión de K en función de R_1, R_2, C_1, C_2 para que el sistema osc

Si se trata de un oscilador, la ecuación característica

$$1 + T(s) = 0$$

deberá tener raíces imaginarias puras del tipo $s = j\omega$.

La ecuación característica de este circuito será:

$$1 - K \frac{R_2 C_2 s}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + \{R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_1\} s + 1} = 0$$

que se resume a:

$$R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + \{R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_1 - K R_2 C_2\} s + 1 = 0 \quad (5)$$

tendrá raíces imaginarias puras siempre y cuando:

$$K R_2 C_2 = R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_1 \text{ , es decir:}$$

$$\boxed{K = 1 + \frac{C_1}{C_2} + \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \quad (6)$$

2.2- Frecuencia de oscilación y condición de arranque

Para el valor de K dado en (6) la ecuación característica se simplifica a:

$R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + 1 = 0$, por tanto la frecuencia de oscilacio viene dada por

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}} \quad (7)$$

Condición de arranque:

Para que el oscilador arranque, es necesario inicialmente que sus polos (es decir los ceros de la ecuación característica) estén ubicados en el semiplano derecho s. Por tanto, aplicando la condición necesaria del criterio de estabilidad de Routh a la ecuación característica (5), para que sus raíces estén ele el semiplano derecho es necesario que

$$R_2\{C_1+C_2\}+R_1C_1-KR_2C_2<0 \quad , \text{ luego}$$

$$\boxed{1+\frac{C_1}{C_2}+\frac{R_1C_1}{R_2C_2}<K} \quad (8)$$

2.3 Aplicación al caso $R_1=R_2=R$ y $C_1=C/2$; $C_2=2C$

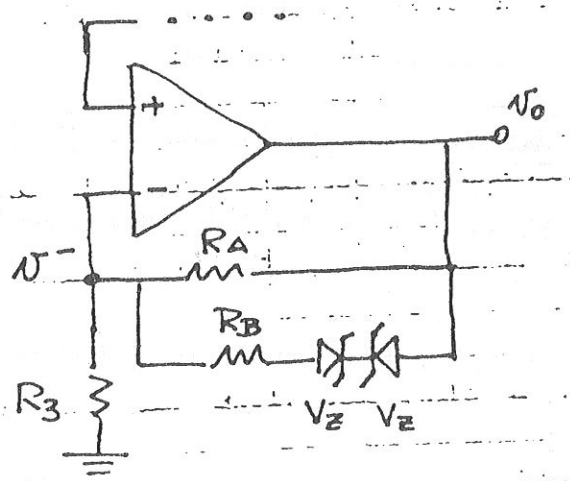
Sustituyendo estos valores en (7) y (8), se obtiene

$$\boxed{\omega=\frac{1}{\sqrt{R^2C^2}}=\frac{1}{RC}} \quad (9)$$

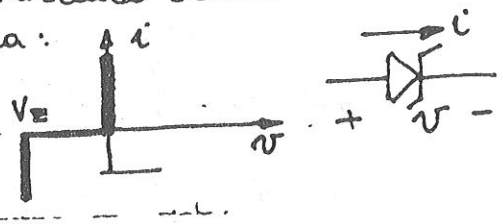
$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}<K \quad \Rightarrow \quad \boxed{K>\frac{3}{2}}$$

3- Circuito de arranque

Puede utilizarse el mismo circuito que para el oscilador en puente de Wien:



Utilizando zeners ideales cuya ca sea:



La característica de la red

es tal que mientras $|v^- - v_o| < V_Z$, esta rama permanece desconectada, debiendo cumplirse que: $1+\frac{R_A}{R_3}>3/2$ (arranque

cuando $|v^- - v_o| > V_Z$ deberá cumplirse: $1+\frac{R_A \| R_B}{R_3}=\frac{3}{2}$ (mantenim

UPC
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRÚ

Full d'examen núm. .....

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

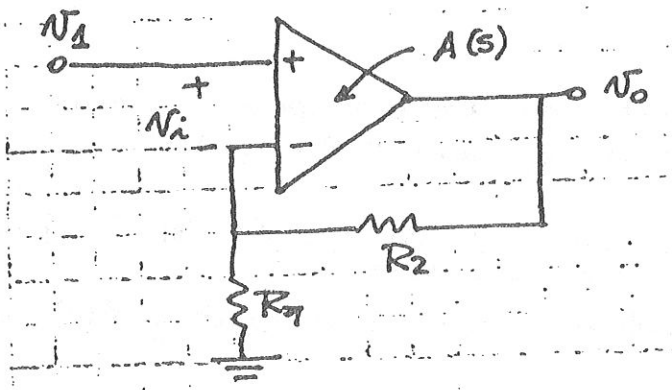
Curs: Grup:

Especialitat:

Data: / / 199

Assignatura:

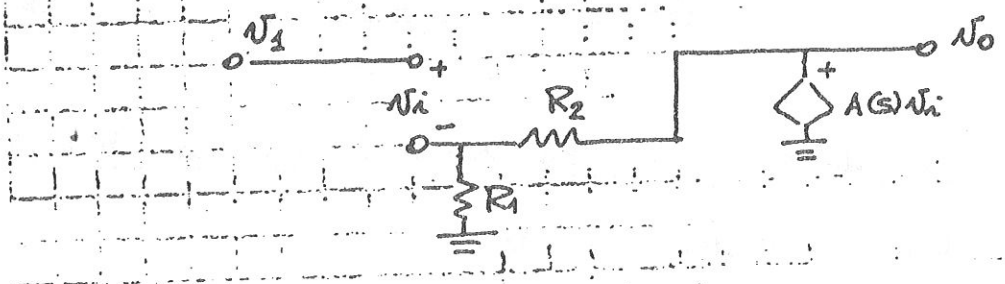
PROBLEMA 3 1er PARCIAL Sept. 93



$$A(s) = \frac{A_0}{\left(1+\frac{s}{2\pi\,1MHz}\right)\left(1+\frac{s}{2\pi\,5MHz}\right)\left(1+\frac{s}{2\pi\,X}\right)}$$

1. Flujograma y ganancia de lazo del sistema no compensado

El circuito equivalente del amplificador no inversor es:



cuyas ecuaciones correspondientes son:

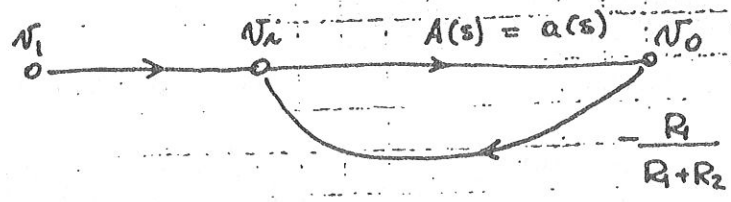
$$\boxed{v_o = A(s)\,v_i} \quad (1)$$

$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} = \frac{v_o - (v_1 - v_i)}{R_2} \quad (2)$$

La ecuación (2) puede reescribirse como:

$$\boxed{v_i = v_1 - \frac{R_1}{R_1+R_2}\,v_o} \quad (3)$$

El flujograma del circuito se obtiene a partir de las ecuaciones (1) y (3), a saber:



La ganancia de lazo del sistema sin compensar será por tanto

$$\boxed{T_{NC}(s) = a(s)\,f(s) = \frac{R_1}{R_1+R_2}\,A(s)} \quad (4)$$

Donde puede observarse:

1) Al ser la realimentación resistiva pura, las características de fase de $T_{NC}(s)$ son iguales a las de $A(s)$:

$$\underline{\underline{\measuredangle T_{NC}(s) = \measuredangle A(s)}} \Leftarrow \measuredangle T_{NC}(s) = \overbrace{\measuredangle R_1/R_1+R_2}^{=0} + \measuredangle A(s)$$

2) Por el mismo motivo, los polos de $T_{NC}(s)$ y $A(s)$ coinciden

3) El factor $\frac{R_1}{R_1+R_2}$ siempre es menor que uno y por lo tanto

$$\underline{\underline{|T_{NC}(j\omega)| < |A(j\omega)|}} \Leftarrow |T_{NC}(j\omega)|_{dB} = 20\log\frac{R_1}{R_1+R_2} + |A($$

2- <u>Máximo valor de Ao para estabilidad del sistema $\forall R_1, R_2$</u>

Véase gráfica "GANANCIA MAXIMA"

Dado que $|T_{NC}(j\omega)| < |A(j\omega)|$, la gráfica de Bode de $|A(j\omega)|$ que, en el peor caso garantice la estabilidad del sistema, para cualquier valor de R_1 y R_2, será aquella que:

$$|A(j\omega_0)| = 0\,dB \quad \text{para} \quad \measuredangle A(j\omega_0) = -180^\circ$$

de esta forma se garantiza que

$$|T_{NC}(j\omega_0)| < 0\,dB \quad \text{cuando} \quad \measuredangle T_{NC}(j\omega_0) = \measuredangle A(j\omega_0) = -180^\circ$$

siendo por tanto el sistema estable, en términos del márgen de fase

Aproximando en la gráfica $\omega_0 \simeq 2\pi \cdot 10^7$ rd/s, pueden obtenerse mediante el análisis asintótico, los siguientes valores:

ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRÚ

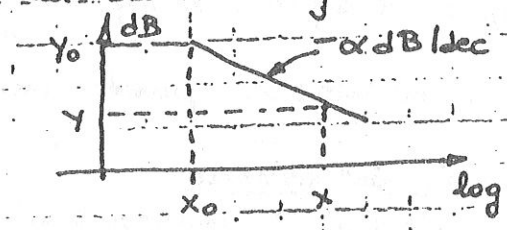
Full d'examen núm. .....

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Especialitat: | Curs: | Grup:

Assignatura: | Data: / / 199

A partir de la ecuación general de una recta:



$$Y - Y_0 = -\alpha \log \frac{X}{X_0}$$

Para el punto B:

$$0 - B = -40 \log \frac{\omega_0}{5\,MHz} = -40 \log \frac{10\,MHz}{5\,MHz} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{B \simeq 12\ dB}}$$

Asimismo para el punto C:

$$C - 0 = -40 \log \frac{30\,MHz}{10\,MHz} \Rightarrow \underline{\underline{C = -19\,dB}}$$

Para el punto A, que nos dará el valor de A_0:

$$B - A = -20 \log \frac{5\,MHz}{1\,MHz} \Rightarrow A = B + 20 \log 5$$

$$\boxed{A = A_0 = 12 + 14 \simeq 26\,dB}$$ (5)

Obsérvese que este valor corresponde a una ganancia de

$$A_0 = 10^{26/20} \simeq 20\ !$$

invalidando los criterios de diseño de los A.O que exigen ganancias muy elevadas (80, ..., 120 dB).

3.- Diagrama de Bode de $A(s)$ con $A_0 = 10^4$

(Véase gráfica "OSCILACION")

En este caso

$$A(s) = \frac{10^4}{\left(1+\frac{s}{2\pi\, 1MHz}\right)\left(1+\frac{s}{2\pi\, 5MHz}\right)\left(1+\frac{s}{2\pi\cdot 30MHz}\right)}$$

Es decir, en módulo:

$$|A(j\omega)|_{dB} = 20\log 10^4 - 20\log\left|1+\frac{jf}{1MHz}\right| - 20\log\left|1+\frac{jf}{5MHz}\right| - 20\log\left|1+\frac{jf}{30}\right.$$

cuya representación asintótica puede verse en la hoja adjunta

4- R_2/R_1 para oscilación del sistema

El diagrama de Bode de $T_{NC}(s)$ correspondiente a un oscilador es aquel pa el cual

$$\measuredangle T_{NC}(j\omega_0) = -180^\circ \quad \text{con } |T(j\omega_0)| = 0dB \qquad (6)$$

Donde, gráficamente se aproxima ω_0 a $2\pi \cdot 10MHz$.

Al ser $\measuredangle T_{NC}(s) = \measuredangle A(s)$, la curva de módulo de $|T(j\omega)|$ será ~~una~~ la correspondiente a $|A(j\omega)|_{dB}$ atenuada una cierta cantidad, en todo el margen de frecuencias, tal que verifique la condición (6).

Al igual que en el apartado anterior, para que exista oscilación

$$|T_{NC}(j\omega)|_{\omega\to 0} \simeq 26dB, \text{ es decir}$$

$$|T_{NC}(j\omega)|_{\omega\to 0} = 20\log\frac{R_1}{R_1+R_2} + |A(j\omega)|_{\omega\to 0}$$

$$26dB = 20\log\frac{R_1}{R_1+R_2} + 80dB \quad \text{luego}$$

$$20\log\frac{1}{1+R_2/R_1} = -80+26 = -54dB$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{R_2}{R_1} = 499} \quad (7)$$

Para que el sistema sea estable, la atenuación deberá ser mayor, por tanto

$$\boxed{\frac{R_2}{R_1} > 499} \quad (8)$$

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRÚ

Full d'examen núm. EASept.⑤

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Curs: Grup:

Especialitat:

Data: / / 199

Assignatura:

5- $R_2/R_1 = 99$, margen de fase (Véase gráfica "COMPENSACION")

En este caso

$$T_{NC}(s) = \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}} A(s) = \frac{1}{100} A(s) \text{, es decir}$$

$$T_{NC}(s) = \frac{10^2}{\left(1+\frac{s}{2\pi \cdot 1MHz}\right)\left(1+\frac{s}{2\pi \cdot 5MHz}\right)\left(1+\frac{s}{2\pi \cdot 30MHz}\right)}$$

cuyo diagrama de Bode se adjunta en la hoja "COMPENSACION

Para estimar el margen de fase, se halla en primer lugar la frecuencia de corte por 0dB fc, mediante cálculo asintótico:

El punto A de la gráfica corresponde a un valor dado por

$$A - 40\,dB = -20 \log \frac{5MHz}{1MHz} \Rightarrow A = 26\,dB$$

La frecuencia de corte fc será la solución de la ecuación

$$0 - 26\,dB = -40 \log \frac{fc}{5MHz} \Rightarrow \boxed{fc \simeq 22{,}33\ MHz}$$

A dicha frecuencia, la fase de $T_{NC}(s)$ es:

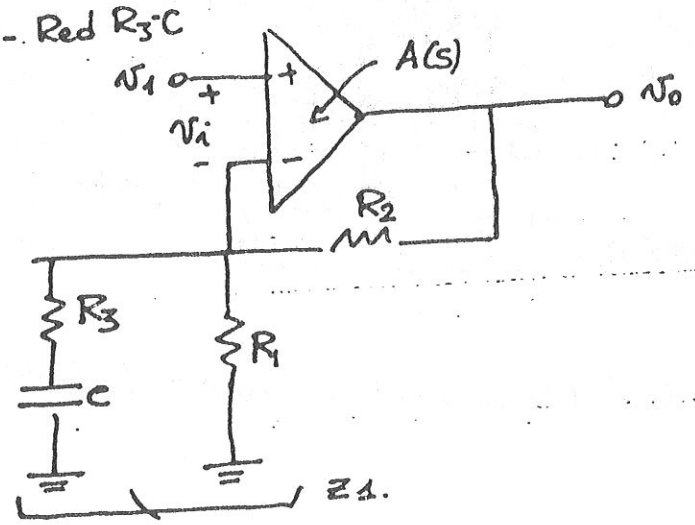
$$\measuredangle T_{NC}(j2\pi fc) = -\operatorname{arctg}\frac{fc}{1MHz} - \operatorname{arctg}\frac{fc}{2\pi \cdot 5MHz} - \operatorname{arctg}\frac{fc}{2\pi \cdot 30MHz}$$

$$= -87^\circ 43 - 77^\circ 37 - 36^\circ 66 = 201^\circ 46$$

Resultando un margen de fase de

$$\boxed{MF = 180^\circ - \measuredangle T_{NC}(j2\pi fc) = -21^\circ 46}$$

6- Red R_3-C



La nueva ganancia de lazo se obtiene a partir de la obtenida en (4) sustituyendo R_1 por Z_1, es decir:

$$T_C(s) = \frac{Z_1}{Z_1+R_2} A(s) \qquad (9)$$

donde

$$Z_1 = \left\{R_3 + \frac{1}{Cs}\right\} // R_1 \Rightarrow Z_1 = \frac{\frac{R_3Cs+1}{Cs} \cdot R_1}{\frac{R_3Cs+1}{Cs} + R_1}$$

$$Z_1 = \frac{R_1(R_3Cs+1)}{(R_1+R_3)Cs+1}$$, luego sustituyendo en (9):

$$T_C(s) = \frac{\frac{R_1(R_3Cs+1)}{(R_1+R_3)Cs+1}}{\frac{R_1(R_3Cs+1)}{(R_1+R_3)Cs+1} + R_2} \cdot A(s) = \frac{R_1(R_3Cs+1)}{(R_3[R_1+R_2]+R_1R_2)Cs+R_1+R_2} \cdot A(s)$$

que puede reescribirse como:

$$\boxed{\begin{aligned} T_C(s) &= \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot A(s) \cdot \frac{(R_3Cs+1)}{[R_3+R_1//R_2]Cs+1} \\ T_C(s) &= T_{NC}(s) \cdot H_C(s) \end{aligned}} \qquad (10)$$

Así

$$H_C(s) = \frac{R_3Cs+1}{(R_3+R_1//R_2)Cs+1} \Longrightarrow \begin{cases} \text{cero } s_z = -\dfrac{1}{R_3C} \\ \text{polo } s_p = -\dfrac{1}{(R_3+R_1//R_2)} \end{cases}$$

al ser $|s_p| < |s_z|$ se trata de una compensación en retardo d

7- Compensación en retardo de fase con MF = 45º ($R_1 = 1K\Omega$)

Siguiendo la técnica clásica de esta compensación, determinamos en primer lugar la nueva frecuencia de transición f'_c tal que

$MF = 180 - \measuredangle T_{NC}(2\pi j f'_c)$, resultando gráficamente

$$f'_c \simeq 5MHz.$$

El cero de la red de compensación se ubica una década por debajo de la nueva frecuencia de transición:

$$S_z = \frac{2\pi f'_c}{10} \Rightarrow \frac{1}{R_3 C} = 2\pi \cdot 500KHz. \quad (11)$$

El polo s_p se calcula de forma que en la nueva frecuenc de transición se cumpla

$$|T_c(j2\pi f'_c)| = |T_{NC}(2\pi j f'_c)|_{dB} + |H_c(2\pi j f'_c)| = 0dB$$

donde

$$|T_{NC}(2\pi j f'_c)| = 26dB$$ (punto A calculado en el apdo:

luego $|H_c(2\pi j f'_c)|_{dB} = -26dB$, es decir al estar en un márgen de frecuencias muy superior al de las singularidades de $H_c(s)$:

$$|H_c(2\pi j f'_c)|_{dB} = 20 \log \frac{R_3 \cancel{C}}{(R_3 + R_1 \| R_2)\cancel{C}} = -26dB$$

al ser $\frac{R_1}{R_2} = 99 \Rightarrow R_1 \| R_2 \simeq R_1$, por tanto

$$\frac{R_3}{R_3 + R_1} = 10^{-26/20} = 0{,}05 \quad (12)$$

$$\boxed{R_3 = 0{,}052\ \Omega}$$

Finalmente, sustituyendo este valor en (11):

$$\frac{1}{R_3 C} = 2\pi \cdot 500\,KHz \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi \cdot 500\,KHz \cdot 0{,}052\,\Omega}$$

$$\boxed{C = 6{,}12\ \mu F}$$

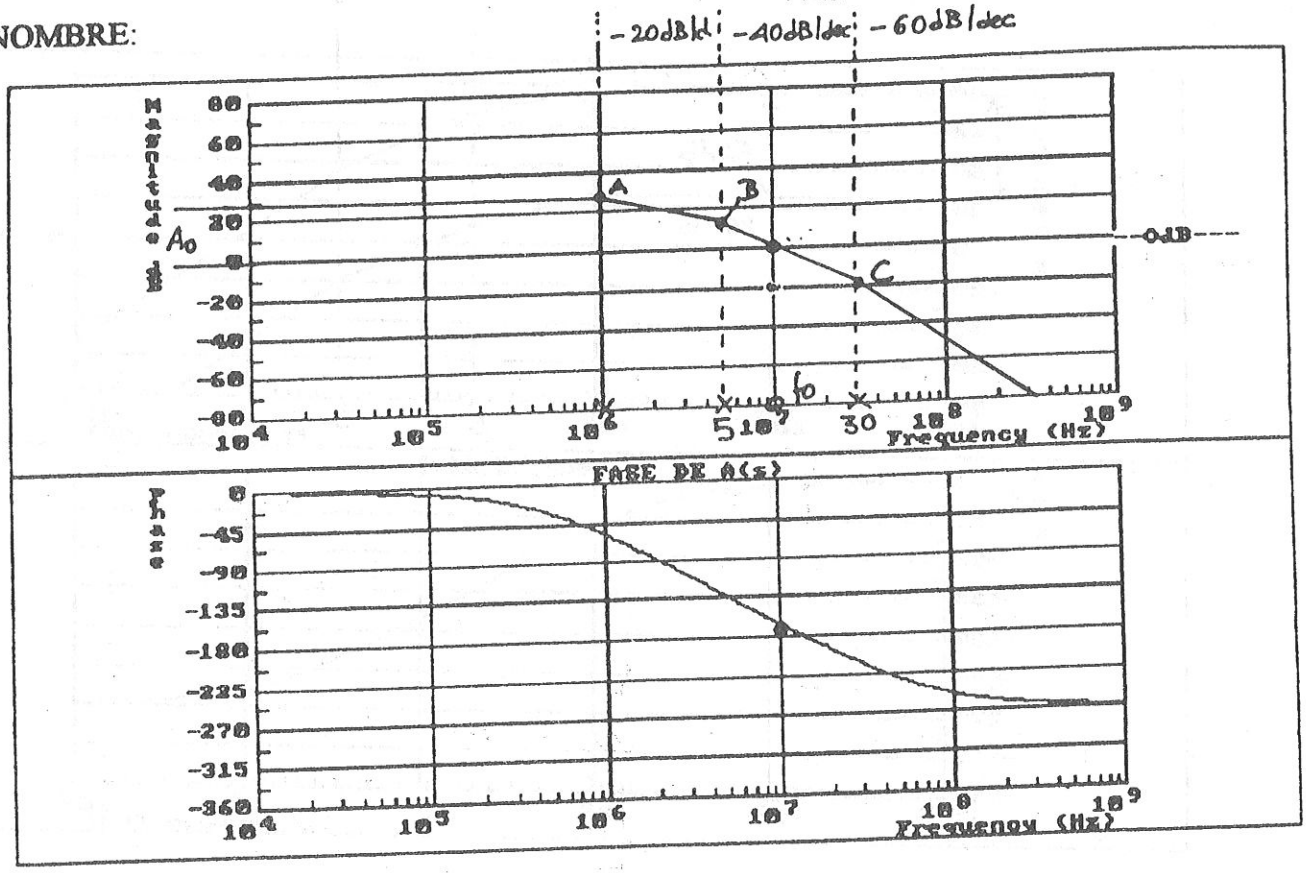
El polo queda pues ubicado en

$$s_p = \frac{R_3}{(R_3 + R_1)C} = \frac{0{,}05}{6{,}12\,\mu F}$$

MAXIMA GANANCIA

APELLIDOS:

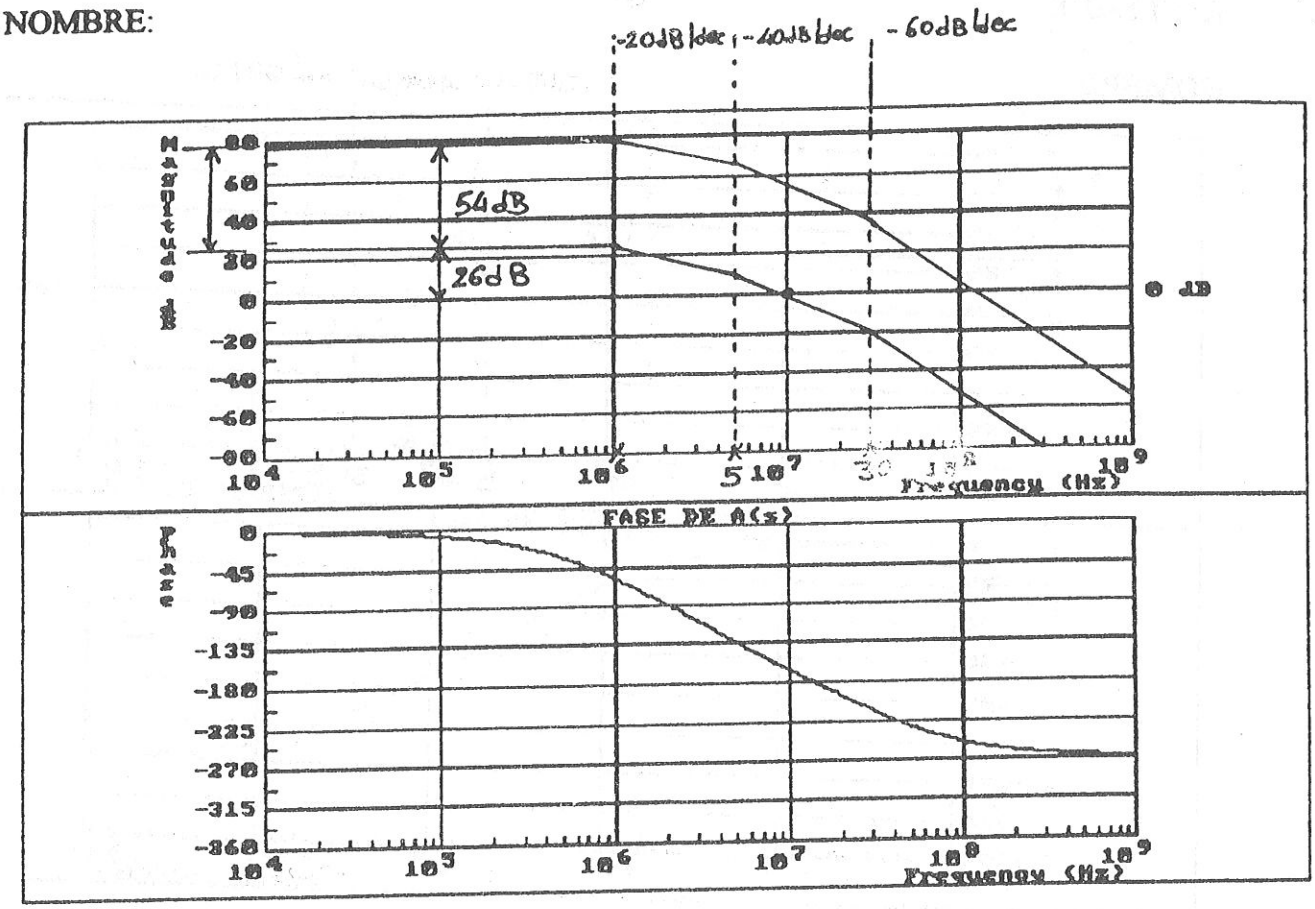
NOMBRE:



OSCILACION

APELLIDOS:

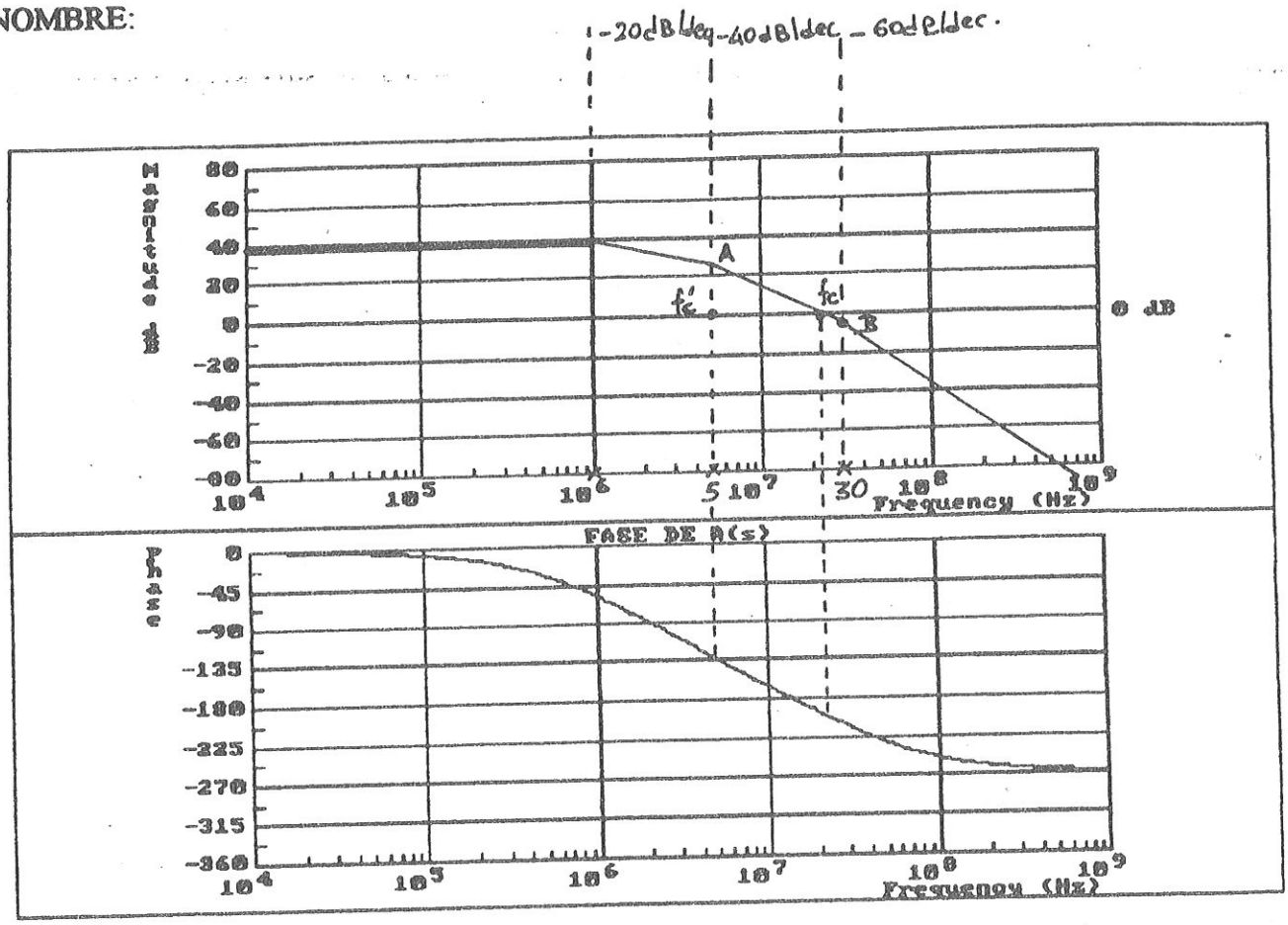
NOMBRE:



COMPENSACION

APELLIDOS:

NOMBRE:



PROBLEMA 2:

Los circuitos que aparecen en las figuras 1 y 2 pueden ser empleados como osciladores sinusoidales si sus componentes son dimensionados adecuadamente.

Para el caso del **circuito de la figura 1** considere que el **amplificador operacional es ideal**, resuelva para el mismo los siguientes apartados:

a1) Deduzca el flujograma del circuito y obtenga la ganancia de lazo.

a2) Obtenga las condiciones de arranque y oscilación, y la frecuencia de oscilación.

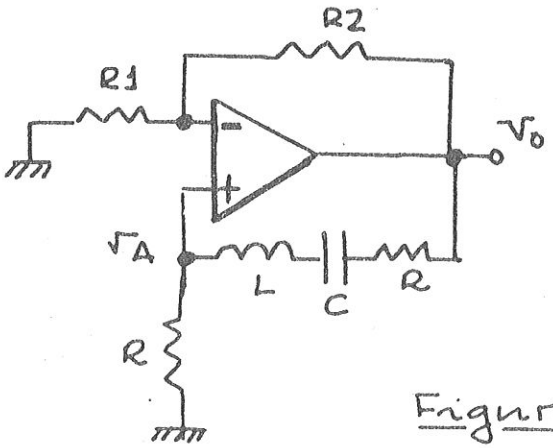
Para el **circuito de la figura 2** el **amplificador operacional** utilizado puede modelarse por una función de transferencia de primer orden (véase figura 2):

$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{A_o w_c}{s + w_c} \qquad A_o >> 1$$

Para este circuito:

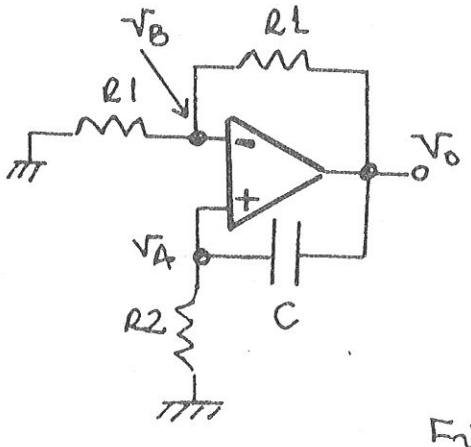
b1) Deduzca el flujograma del circuito y deduzca a partir del mismo su ganancia de lazo.

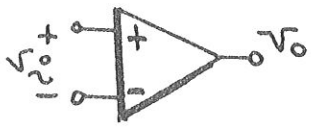
b2) Encuentre el valor mínimo del condensador C para que el circuito se comporte como un oscilador y obtenga la frecuencia de oscilación.



A.O Ideal

Figura 1.





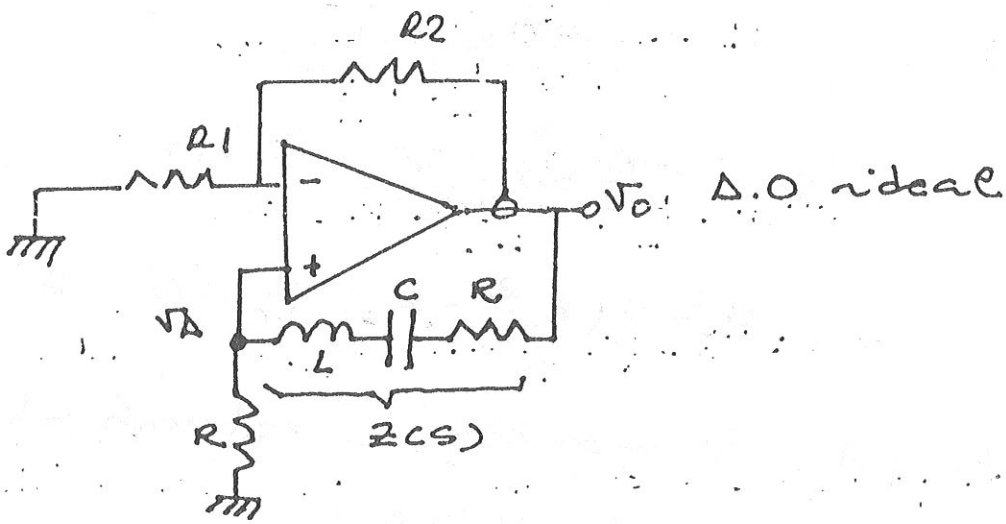
$$A(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A_o w_c}{s + w_c}$$

$$A_o >> 1$$

Figura 2

5 p
1 Hora

CIRCUITO 1:

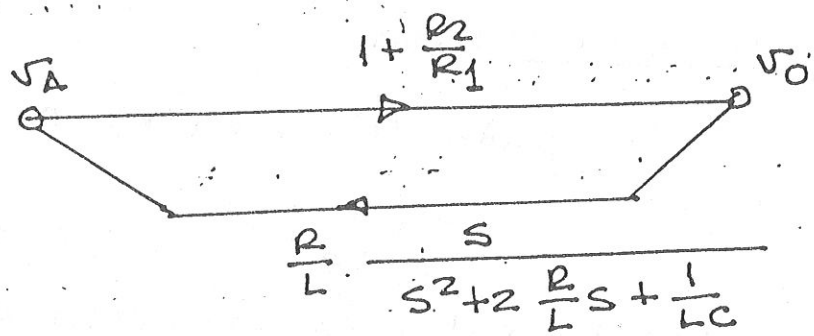


a1) $$Z(s) = \frac{LCs^2 + RCs + 1}{Cs}$$

$$v_\Delta = v_o \frac{R}{R + Z(s)} = v_o \frac{R}{R + \frac{LCs^2 + RCs + 1}{Cs}}$$

$$= v_o \frac{RCs}{LCs^2 + 2RCs + 1} = \boxed{v_o \frac{R}{L} \frac{s}{s^2 + 2\frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}}$$

$$-\frac{v_\Delta}{R_1} = \frac{v_\Delta - v_o}{R2} \Rightarrow \boxed{v_o = v_\Delta \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$



$$T(s) = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R}{L} \frac{s}{s^2 + 2\frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$k = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R}{L}$$

$$T(s) = -k \frac{s}{s^2 + 2\frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

a2) $1 + T(s) = 0$

$$1 - K \frac{s}{s^2 + 2\frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = 0$$

$$s^2 + 2\frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} - Ks = 0$$

$$s^2 + s\left(2\frac{R}{L} - K\right) + \frac{1}{LC} = 0 \quad (*)$$

Los polos de lazo cerrado estarán ubicados en el eje imaginario si:

$$K = 2\frac{R}{L} \quad (*,*)$$

en este caso: $K = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R}{L}$

$$2\cancel{\frac{R}{L}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cancel{\frac{R}{L}}$$

$\frac{R_2}{R_1} = 1$ constituyendo cond. de oscilación

$\frac{R_2}{R_1} > 1$ la cond. de arranque

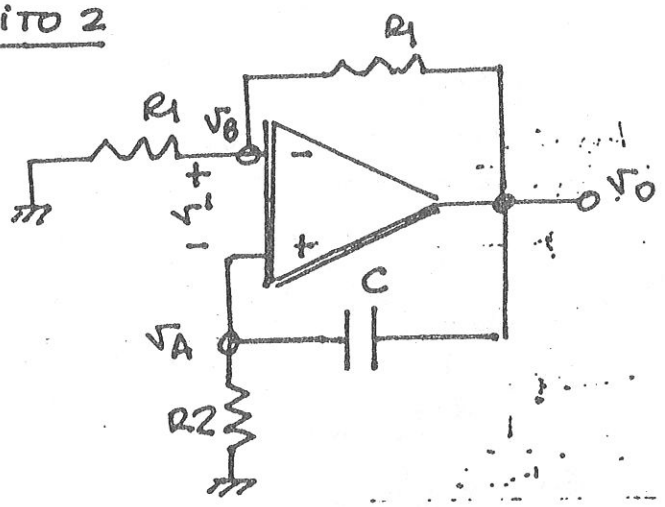
<u>F. de oscilación:</u>

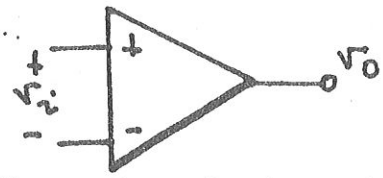
sustituyendo $(*,*)$ en $(*)$ se obtiene

$s^2 + \frac{1}{LC} = 0$, ya que en este caso los polos de lazo cerrado están sobre el eje imaginario: $s = j\omega$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

CIRCUITO 2





$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{A_o \omega_c}{s+\omega_c}$$

b1)

$$\longrightarrow \quad v_A = v_o \frac{R2}{R2 + \frac{1}{Cs}} = v_o \frac{R2\,Cs}{R2\,Cs + 1} =$$

$$= v_o \frac{s}{s + \frac{1}{R_2 C}} \quad (1)$$

$$\longrightarrow \quad -\frac{v_B}{R_1} = \frac{v_B - v_o}{R_1} \Rightarrow v_B = \frac{v_o}{2} \quad (2)$$

$$\longrightarrow \quad v_B = v_A + v' \quad (3)$$

$$\longrightarrow \quad v' = -v_i \quad (4)$$

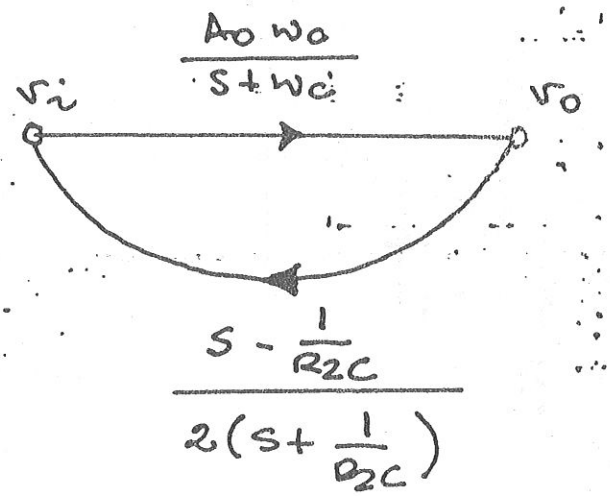
Sustituyendo (4) en (3) se obtiene:

$v_B = v_A - v_i$, por tanto:

$$v_i = v_A - v_B \underset{(1)\,y\,(2)}{=} v_o \frac{s}{s + \frac{1}{R_2 C}} - \frac{v_o}{2} =$$

$$= v_o \left[\frac{s}{s + \frac{1}{R2C}} - \frac{1}{2} \right] =$$

$$= v_o \frac{2s - s - \frac{1}{R_2 C}}{2\left(s + \frac{1}{R_2 C}\right)} = v_o \frac{s - \frac{1}{R_2 C}}{2\left(s + \frac{1}{R_2 C}\right)}$$



$$T(s) = -\frac{A_0 w_c}{2} \quad \frac{s-\frac{1}{R_2C}}{(s+w_c)(s+\frac{1}{R_2C})}$$

b2) $\quad 1 + T(s) = 0$

$$T(s) = -K \quad \frac{s-a}{(s+w_c)(s+a)}$$

donde: $K = \frac{A_0 w_c}{2} \quad K \in \mathbb{R}^+$

$$a = \frac{1}{R_2C}$$

$$1 - K \frac{s-a}{(s+w_c)(s+a)} = 0$$

$$(s+w_c)(s+a) - K(s-a) = 0$$

$$s^2 + as + w_c s + a w_c - Ks + Ka = 0$$

$$s^2 + s(a + w_c - K) + a(w_c + K) = 0 \quad (5)$$

para que los polos de lazo cerrado estén en el eje imaginario:

$$K = a + w_c = \frac{1}{R_2C} + w_c$$

$$\left| k = \frac{1}{R_2 C} + w_c \right|$$

ya que en este caso:

$$k = \frac{A_0 w_c}{2}$$

$$\frac{1}{R_2 C} + w_c = \frac{A_0 w_c}{2}$$

$$\frac{1}{R_2 C} = w_c \left[\frac{A_0}{2} - 1 \right]$$

$$A_0 \gg 1$$

$$\frac{1}{R_2 C} = w_c \frac{A_0}{2}$$

$$\boxed{C_{min} = \frac{2}{R_2 w_c A_0}}$$

Frecuencia de oscilación

para el caso que: $k = a + w_c$, de la ecuación (5) se de deduce:

$$s^2 + a(w_c + a + w_c) = 0$$

$$s^2 + a(2w_c + a) = 0$$

ya que en este caso los polos de lazo cerrado están sobre el eje imaginario:

$$s = jw, \qquad w^2 = a(2w_c + a)$$

$$w^2 = \frac{1}{R_2 C}\left[2w_c + \frac{1}{R_2 C}\right]$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 C}} \sqrt{2w_c + \frac{1}{R_2 C}}$$

PROBLEMA 2:

El circuito de la **figura 1 puede ser utilizado como oscilador** si sus **componentes se dimensionan adecuadamente.**

Resuelva este ejercicio respondiendo a los siguientes apartados, **siempre** considerando que el **amplificador operacional es ideal.**

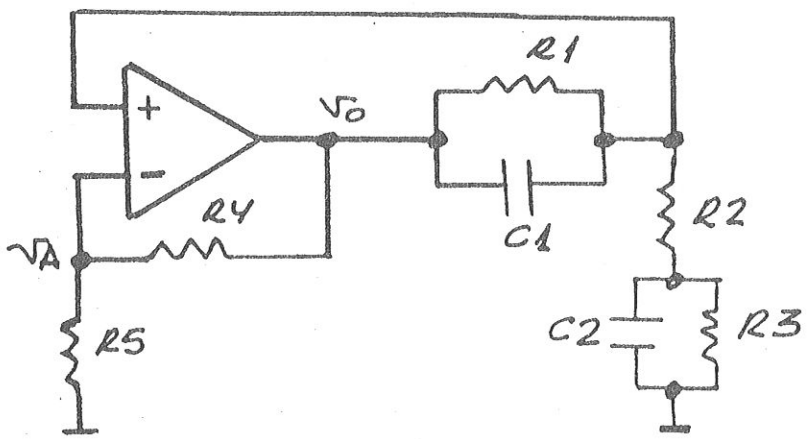
a) Dibuje el flujograma del circuito y a partir del mismo encuentre **la ganancia de lazo.** (para mayor facilidad en la resolución de los siguientes apartados se le recomienda que exprese los términos que aparezcan en el numerador y en el denominador de la ganancia de lazo en la forma: $s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \ldots\ldots)$

b) Como se le comentó al inicio de este ejercicio el circuito se comportará como un oscilador si se eligen convenientemente sus componentes. **Deduzca** para los dos casos que se le plantean a continuación y **si es posible (si el circuito se comporta como un oscilador) la condición y frecuencia de oscilación.**

caso 1: $C_1 = C \qquad C_2 = \frac{9}{8}C \qquad R_1 = \frac{R}{2} \qquad R_2 = \frac{R}{3} \qquad R_3 = \frac{8}{3}R$

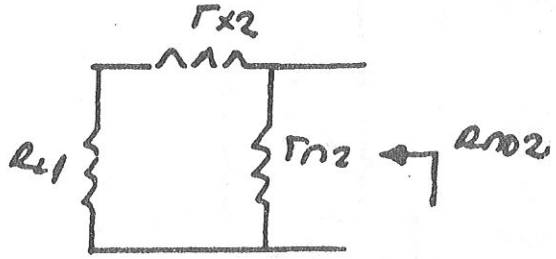
caso 2: $C_1 = C \qquad C_2 = \frac{C}{2} \qquad R_1 = R_2 = R_3 = R$

c) Dibuje de forma aproximada el lugar geométrico de las raices para los dos casos del apartado anterior, con el objeto de **justificar** y **comentar** los resultados obtenidos en el mismo.



5 puntos
1 Hora

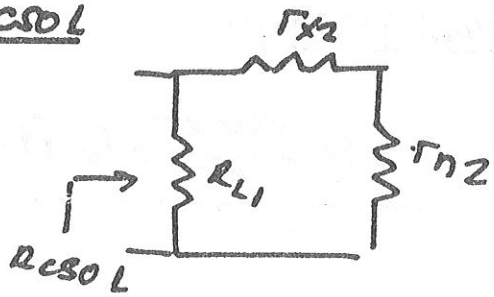
R_{n02}



$R_{n02} = r_{n2} \parallel (R_{L1} + r_{x2}) = R_A' = 5.1 k\Omega$

$\rightarrow C_{n2} R_{n02} = 10 \times 10^{-12} \times 5.1\, 10^3 = 51\ nseg$

R_{CS01}



$R_{cs01} = R_{L1} \parallel (r_{x2} + r_{n2}) = R_B = 5.1 k\Omega$

$\rightarrow C_{cs1} R_{cs01} = 2 \times 10^{-12} \times 5.1 \times 10^3 = 10,2\ nseg.$

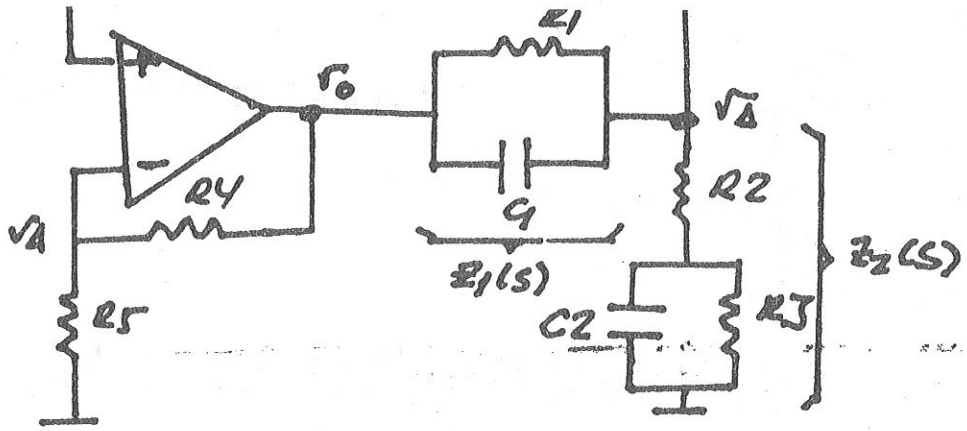
R_{cs02}

$R_{cs02} = R_{L2} = 5 k\Omega$

$\rightarrow C_{cs2} R_{cs02} = 2 \times 10^{-12} \times 5\, 10^3 = 10\ nseg$

$$\omega\text{-}3db = \frac{10^9}{(116,6 + 163,1 + 34,2 + 51 + 10,2 + 10)} = \frac{10^9}{385,1} \simeq 2,6\, 10^6$$

$$\boxed{\omega\text{-}3db \simeq 2,6\, 10^6\ rad/seg}$$

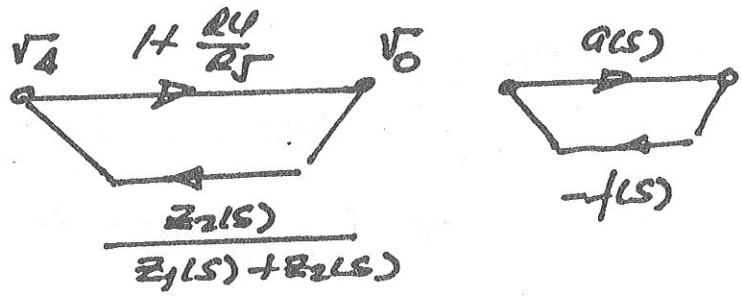


a) FLUJOGRAMA Y GANANCIA DE LAZO

$$v_\Delta = v_o \frac{R5}{R4+R5} \longrightarrow v_o = v_\Delta \frac{R4+R5}{R5} = v_\Delta \left(1+\frac{R4}{R5}\right)$$

$$v_\Delta = v_o \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)}$$

FLUJOGRAMA



GANANCIA DE LAZO.

$$\left.\begin{aligned} a(s) &= 1+\frac{R4}{R5} \\ f(s) &= -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)} \end{aligned}\right\} T(s) = a(s)f(s) = -\left(1+\frac{R4}{R5}\right)\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)}$$

Z_1 y Z_2

$$Z_1(s) = R_1 \parallel \frac{1}{C_1 s} = \frac{R1}{1+R1C_1 s}$$

$$Z_2(s) = R_2 + \left(R_3 \parallel \frac{1}{C_2 s}\right) = R2 + \frac{R3}{1+R3C_2 s} = \frac{R2+R3+R2R3C_2 s}{1+R3C2s}$$

$$\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} \qquad \frac{Z_2}{Z1+Z2} = \frac{\dfrac{R2+R3+R2R3C2s}{1+R3C2s}}{\dfrac{R1}{1+R1C1s} + \dfrac{R2+R3+R2R3C2s}{1+R3C2s}} =$$

$$= \frac{(R2+R3+R2R3C2s)(1+R1C1s)}{R1(1+R3C2s)+(1+R1C1s)(R2+R3+R2R3C2s)}$$

$$\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = \frac{s^2 C_1C_2R_1R_2R_3 + s[C_1R_1(R_2+R_3)+C_2R_2R_3) + R_2+R_3}{s^2C_1C_2R_1R_2R_3 + s[C_1R_1(R_2+R_3)+C_2R_3(R_1+R_2)] + R_1+R_2+R_3} =$$

$$= \frac{s^2 + s\left[\frac{1}{C_2(R_2\|R_3)} + \frac{1}{C_1R_L}\right] + \frac{1}{C_1C_2R_1(R_2\|R_3)}}{s^2 + s\left[\frac{1}{C_2(R_2\|R_3)} + \frac{1}{C_1(R_1\|R_2)}\right] + \frac{R_1+R_2+R_3}{C_1C_2R_1R_2R_3}} \quad (1)$$

$T(s)$ tendrá la forma:

$$T(s) = -K\,\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)} \quad (2)$$

donde: $K = 1 + \frac{R_4}{R_5}$

b) <u>CASO 1: $C_1 = C$. $C_2 = \frac{9}{8}C$ $R_1 = \frac{R}{2}$ $R_2 = \frac{R}{3}$ $R_3 = \frac{8}{3}R$</u>

términos de la expresión (1)

$$\frac{1}{C_2(R_2\|R_3)} = \frac{1}{\frac{9}{8}C\,\frac{8}{27}R} = \frac{3}{CR}$$

$$\frac{1}{C_1R_1} = \frac{1}{C\,\frac{R}{2}} = \frac{2}{CR}$$

$$\frac{1}{C_1C_2R_1(R_2\|R_3)} = \frac{1}{C\,\frac{9}{8}C\,\frac{1}{2}\,\frac{8}{27}R^2} = \frac{6}{C^2R^2}$$

$$\frac{1}{C_1(R_1\|R_2)} = \frac{1}{C\,\frac{1}{5}R} = \frac{5}{CR}$$

$$\frac{R_1+R_2+R_3}{C_1C_2R_1R_2R_3} = \frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{8}{3}\right)R}{C^2R^3\,\frac{9}{8}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,\frac{8}{3}} = \frac{\frac{7}{2}R}{C^2R^3\,\frac{1}{2}} = \frac{7}{C^2R^2}$$

La expresión (2) en este caso toma la forma:

$$T(s) = -K\,\underbrace{\frac{s^2 + s\frac{5}{CR} + 6/C^2R^2}{s^2 + s\frac{8}{CR} + \frac{7}{C^2R^2}}}_{X(s)} =$$

$$T(s) = -K\,X(s)$$

METODO I: METODOS FRECUENCIALES

$$1-K\chi(s)=0 \qquad K>0 \quad K\in\mathbb{R}^+$$

$$K\chi(s)=1$$

$$K\,\chi(j\omega_0)=1 \;\nearrow\; |\chi(j\omega_0)|=\frac{1}{K} \qquad \searrow\; \angle\chi(j\omega_0)=0^\circ$$

$$\chi(j\omega_0)=\frac{-\omega_0^2+\frac{6}{C^2R^2}+j\omega_0\frac{5}{CR}}{-\omega_0^2+\frac{7}{C^2R^2}+j\omega_0\frac{8}{CR}}$$

Realización

la condición $\angle\chi(j\omega_0)=0^\circ$ se desprende:

$$\operatorname{arctg}\frac{\omega_0\frac{5}{CR}}{-\omega_0^2+\frac{6}{(CR)^2}}=\operatorname{arctg}\frac{\omega_0\frac{8}{CR}}{-\omega_0^2+\frac{7}{(CR)^2}}$$

$$\frac{5}{-\omega_0^2+\frac{6}{(CR)^2}}=\frac{8}{-\omega_0^2+\frac{7}{(CR)^2}}$$

$$-5\omega_0^2+\frac{35}{(CR)^2}=-8\omega_0^2+\frac{48}{(CR)^2}$$

$$3\omega_0^2=\frac{13}{(CR)^2}, \quad \omega_0^2=\frac{13}{3}\frac{1}{(CR)^2}$$

$$\omega_0=\frac{2{,}08}{CR}$$

Condición de oscilación.

$$\frac{1}{K^2}=\frac{\left(-\omega_0^2+\frac{6}{(CR)^2}\right)^2+\omega_0^2\left(\frac{5}{CR}\right)^2}{\left(-\omega_0^2+\frac{7}{(CR)^2}\right)^2+\omega_0^2\left(\frac{8}{CR}\right)^2}$$

$$\frac{1}{K^2}=\frac{\left(-\frac{13}{3}\frac{1}{(CR)^2}+\frac{6}{(CR)^2}\right)^2+\frac{13}{3}\frac{1}{(CR)^2}\left(\frac{5}{CR}\right)^2}{\left(-\frac{13}{3}\frac{1}{(CR)^2}+\frac{7}{(CR)^2}\right)^2+\frac{13}{3}\frac{1}{(CR)^2}\left(\frac{8}{CR}\right)^2}$$

$$\frac{1}{K^2}=\frac{\frac{1}{(CR)^4}\left[\left(\frac{5}{3}\right)^2+\frac{13\times25}{3}\right]}{\frac{1}{(CR)^4}\left[\left(\frac{8}{3}\right)^2+\frac{13\times64}{3}\right]}$$

$$\frac{1}{K^2}=\frac{25/9+\frac{325}{3}}{64/9+\frac{832}{3}}\Rightarrow K^2=2{,}56$$

$$K=1{,}6=1+\frac{R4}{R5}$$

METODO II: Criterio de Routh.

$$1-K\,\chi(s)=0. \qquad K>0 \quad K\in\mathbb{R}^+$$

donde $\chi(s)$ tiene la forma:

$$\chi(s)=\frac{s^2+as+b}{s^2+cs+d}$$

$$1-K\frac{s^2+as+b}{s^2+cs+d}=0$$

$$s^2+cs+d-Ks^2-aKs-Kb=0$$

$$s^2(1-K)+s(c-aK)+d-Kb=0 \quad (3)$$

s^2	$1-K$	$c-aK$
s^1	$d-Kb$	
s^0	$c-aK$	

La ec.(3) presentará raíces imaginarias si:

$$c-aK=0 \rightarrow K=\frac{c}{a}$$

En este caso:

$$c=\frac{8}{CR} \qquad a=\frac{5}{CR}$$

$$K=\frac{8}{5}=1{,}6.$$

que constituye la condición de oscilación

- Para este valor de K la ecuación (3) queda de la forma:

$$s^2(1-K)+d-Kb=0$$

ya que en este caso $s^2=(j\omega)^2=-$

se tiene:

$$-\omega^2(1-K)+d-Kb=0$$

$$\omega^2=\frac{d-Kb}{1-K}$$

donde: $K=1{,}6$, $d=\frac{7}{C^2R^2}$, $b=$

$$\omega^2=\frac{\frac{1}{(CR)^2}[7-6\times1{,}6]}{1-1{,}6}=\frac{\frac{1}{(CR)^2}}{-0}$$

$$\omega^2=\frac{1}{(CR)^2}\frac{2{,}6}{0{,}6}\Rightarrow \omega=\frac{2{,}08}{CR}$$

caso 2.

términos de la expresión (1)

$$C_1 = C \qquad C_2 = \frac{C}{2} \qquad R_1 = R_2 = R_3 = R$$

$$\frac{1}{C_2(R_2 \| R_3)} = \frac{1}{\frac{C}{2}\frac{R}{2}} = \frac{4}{CR}.$$

$$\frac{1}{C_1 R_1} = \frac{1}{CR}$$

$$\frac{1}{C_1 C_2 R_1 (R_2 \| R_3)} = \frac{1}{\frac{C^2}{2}\frac{R^2}{2}} = \frac{4}{C^2R^2}.$$

$$\frac{1}{C_1(R_1 \| R_2)} = \frac{1}{C\frac{R}{2}} = \frac{2}{CR}$$

$$\frac{R_1+R_2+R_3}{C_1C_2R_1R_2R_3} = \frac{3R}{\frac{C^2}{2}R^3} = \frac{6}{C^2R^2}.$$

T(s) será:

$$T(s) = -K\,\frac{s^2 + \frac{5}{CR}s + \frac{4}{C^2R^2}}{s^2 + \frac{6}{CR}s + \frac{6}{(CR)^2}}.$$

Frecuencia y condición de oscilación

METODO 1: METODOS FRECUENCIALES

$$X(j\omega_0) = \frac{-\omega_0^2 + \frac{4}{C^2R^2} + j\omega_0\frac{5}{CR}}{-\omega_0^2 + \frac{6}{C^2R^2} + j\omega_0\frac{6}{CR}}.$$

F. de oscilación

$$\angle X(j\omega_0) = 0^\circ$$

$$\operatorname{arctg}\frac{\omega_0\frac{5}{CR}}{-\omega_0^2 + \frac{4}{C^2R^2}} = \operatorname{arctg}\frac{\omega_0\frac{6}{CR}}{-\omega_0^2 + \frac{6}{C^2R^2}}$$

$$\frac{5}{-\omega_0^2 + \frac{4}{C^2R^2}} = \frac{6}{-\omega_0^2 + \frac{6}{C^2R^2}}$$

$$-5\omega_0^2 + \frac{30}{C^2R^2} = -6\omega_0^2 + \frac{24}{C^2R^2}.$$

$$\omega_0^2 = -\frac{6}{C^2R^2}$$

lo que no es posible y por tanto no se trata de un oscilador. (No ∃ ninguna ω que permita hacer oscilar el circuito)

METODO 2:

- La ecuación característica como se vio previamente presenta la forma:

$$s^2(1-K) + s(c-aK) + d - Kb = 0$$

En el caso de presentar raíces imaginarias

$$K = \frac{c}{a} = \frac{\frac{6}{CR}}{\frac{5}{CR}} = \frac{6}{5} = 1{,}2$$

para este valor de K:

$$\omega_0^2 = \frac{d-Kb}{1-K} = \frac{\frac{1}{(CR)^2}[6 - 4\times 1{,}2]}{1-1{,}2}$$

$$= \frac{1}{(CR)^2}\,\frac{1{,}2}{-0{,}2} = -\frac{6}{(CR)^2}.$$

ω_0 no puede ser imaginario.

caso 1.:

$$T(s) = -K \frac{s^2 + s\frac{5}{CR} + \frac{6}{(CR)^2}}{s^2 + s\frac{8}{CR} + \frac{7}{(CR)^2}} =$$

$$= -K \frac{\left(s+\frac{2}{CR}\right)\left(s+\frac{3}{CR}\right)}{\left(s+\frac{1}{CR}\right)\left(s+\frac{7}{CR}\right)}$$

La representación de polos y ceros en lazo abierto aparece en la figura 1, así como el lugar geométrico de las raíces en el eje real (véase que en este caso la condición de la fase es de 0°)

El corte con el eje imaginario se calculo previamente y es para: $K=1,6$ y $\omega=2,08$

El corte con el eje real se deduce de la condición: para $s=0$, se tiene: $d - Kb = 0 \rightarrow K = \frac{d}{b} = \frac{\frac{7}{(CR)^2}}{\frac{6}{(CR)^2}} = 1,16.$

Con toda esta información puede dibujarse de forma aproximada. el LGR.

Observando que efectivamente con estos componentes y eligiendo adecuadamente K se tiene un oscilador.

caso 2:

$$T(s) = -K \frac{s^2 + \frac{5}{CR}s + \frac{4}{(CR)^2}}{s^2 + \frac{6}{CR}s + \frac{6}{(CR)^2}} =$$

$$= -K \frac{\left(s+\frac{4}{CR}\right)\left(s+\frac{1}{CR}\right)}{\left(s+\frac{4,23}{CR}\right)\left(s+\frac{1,27}{CR}\right)}$$

puede observarse tras la ubicación de los polos y ceros en lazo abierto sobre el eje real, que el LGR de las raíces se ubica unicamente sobre el mismo y en consecuencia el LGR no es ~~[illegible]~~ el de un oscilador.

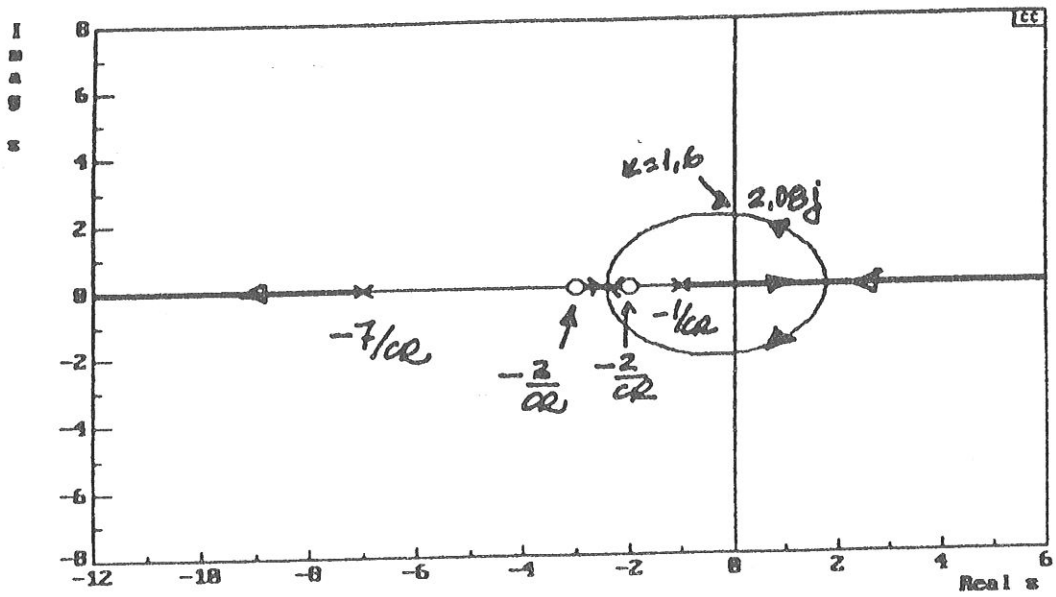


Figura 1

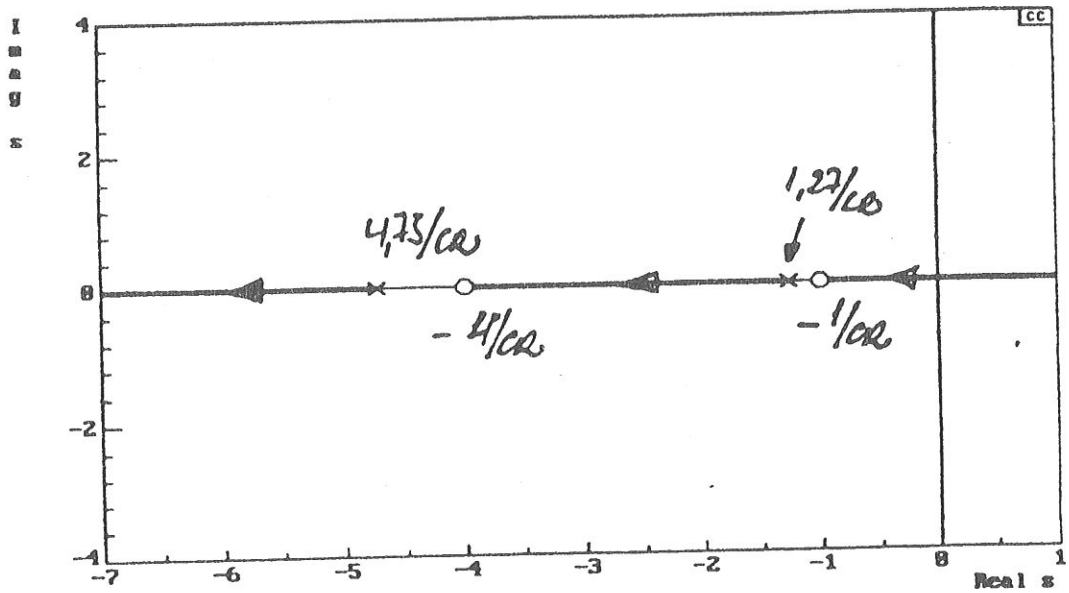
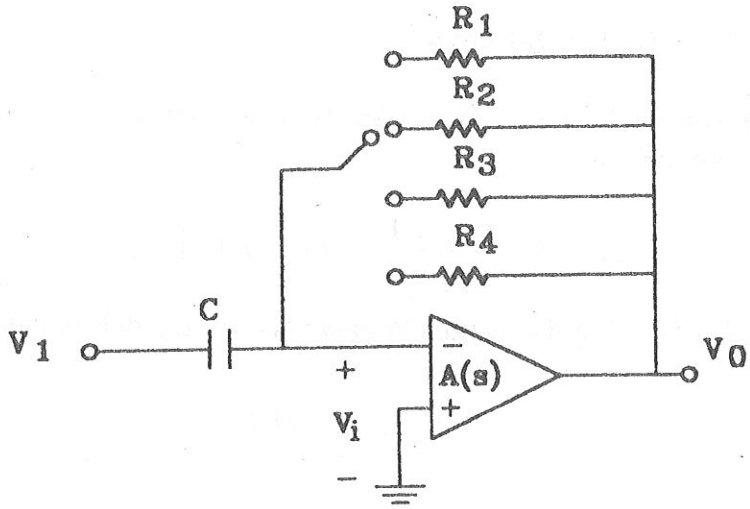


Figura 3.

ELECTRONICA APLICACIONES
SEGUNDO PARCIAL (13-5-94)

PROBLEMA 1:

El circuito de la figura es un derivador programable, constituido por un condensador $C = \frac{1}{2\pi} \; 10^{-9} F$ y un juego de cuatro resistencias R_1, R_2, R_3, R_4 cuyos valores son: $R_1 = 1K\Omega; R_2 = 10K\Omega; R_3 = 100K\Omega; R_4 = 1M\Omega$.



La función de transferencia en lazo abiero del amplificador operacional viene dada por:

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = -A(s) = -\frac{10^5}{\left(\frac{s}{2\pi.1Hz} + 1\right)}$$

A efectos de estabilidad, se desea que **para cualquier resistencia** R_1, R_2, R_3, R_4, el margen de fase del circuito sea **mayor o igual que** 45°.

1.Estudio del circuito no compensado

1.1 Obtenga las ganancias de lazo del sistema no compensado $T_{1NC}, T_{2NC}, T_{3NC}, T_{4NC}$, correspondientes a las resistencias R_1, R_2, R_3, R_4 respectivamente. ***(0,3 puntos)***

1.2 En la hoja adjunta **"SISTEMA NO COMPENSADO"** dibuje el módulo asintótico de Bode de las ganancias de lazo anteriores en la gráfica ***"Magnitude"***; identifique en la gráfica ***"Phase"*** cada una de las curvas de fase representadas con su ganancia de lazo correspondiente. ***(0,4 puntos)***

Observación importante: *en las gráficas adjuntas, las unidades del eje de abcisas son* **Hertz y no rad/seg.**

1.3 Determine las frecuencias de cruce por 0dB a partir de los trazados asintóticos anteriores, gráficamente para T_{1NC}, T_{2NC}, T_{4NC}, y analíticamente para T_{3NC}. ***(0,4 puntos)***

1.4 Determine el margen de fase del sistema no compensado para cada una de las ganancias de lazo anteriores, analíticamente para T_{3NC}, T_{4NC} y gráficamente para T_{1NC}, T_{2NC}. ***(0,4 puntos)***

1.5 A la vista del análisis del sistema no compensado, deduzca qué conjunto de resistencias no cumplen los requisitos de margen de fase. ***(0,2 puntos)***

2. COMPENSACION DEL SISTEMA

Se dispone de una **única** red en retardo de fase para compensar el circuito, cuya función de transferencia viene dada por:

$$H_r(s) = \frac{s/z_r + 1}{s/p_r + 1} \quad \text{con } |p_r| < |z_r|$$

de forma que si $T_i(s)$ (i=1.2.3.4) designa la ganancia de lazo del sistema compensado, se cumple:

$$T_i(s) = T_{iNC}(s).H_r(s)$$

2.1 **Razone y justifique** cual de las ganancias de lazo T_{1NC}, T_{2NC}, T_{3NC}, T_{4NC} decide compensar en retardo de fase, de forma que el resto de ganancias no compensadas (pero afectadas por la red de compensación) cumpla asimismo las especificaciones de margen de fase. ***(0,6 puntos)***

2.2 Determine los valores de z_r, p_r para la ganancia de lazo que ha decidido compensar y dibuje en la hoja adjunta **"SISTEMA COMPENSADO"** las gráficas de Bode en módulo (asintótas) y fase (de forma aproximada) de las nuevas ganancias de lazo $T_1(s), T_2(s), T_3(s), T_4(s)$ del sistema compensado. ***(1 punto)***

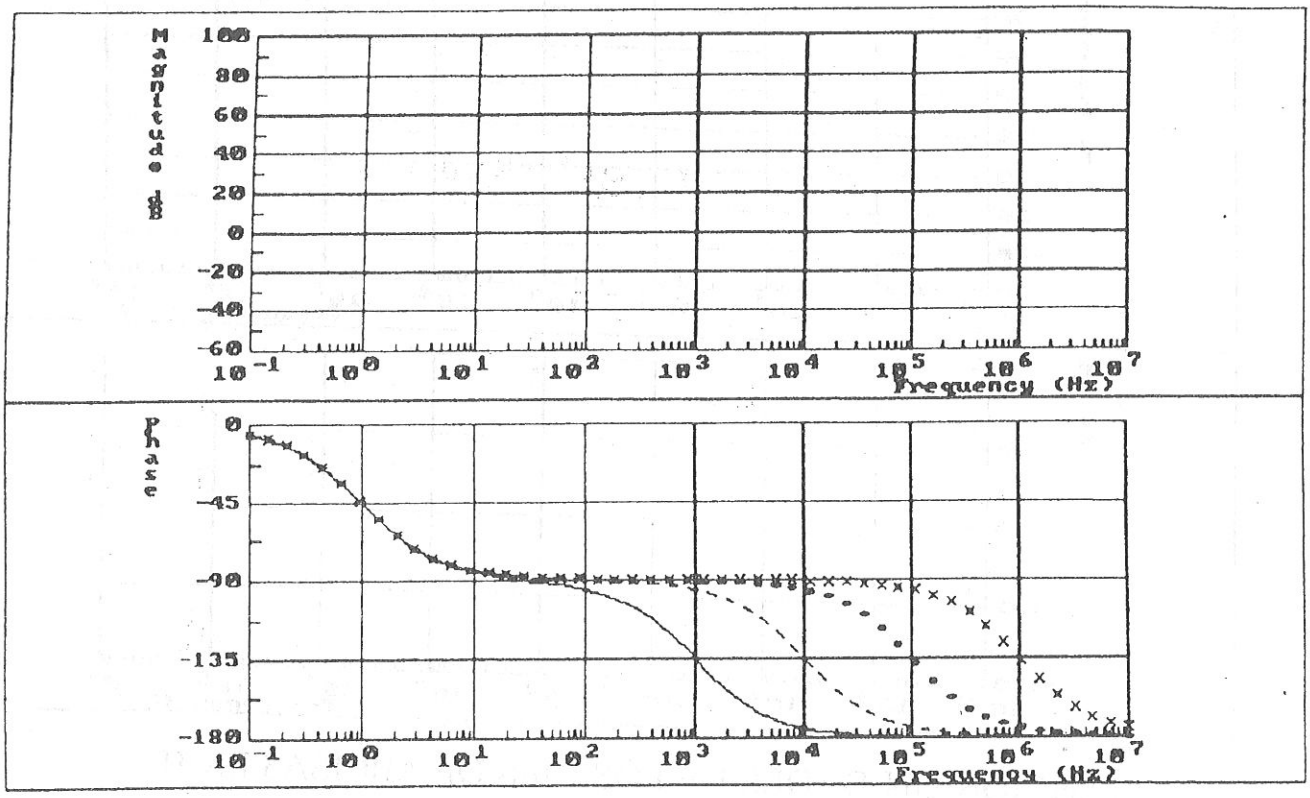
Observación importante: en las gráficas adjuntas, las unidades del eje de abcisas son ***Hertz y no rad/seg.***

TIEMPO: 1H PUNTOS: 3,5

APELLIDOS:

NOMBRE:

SISTEMA NO COMPENSADO



ATENCION:UNIDADES DE LOS EJES DE ABCISAS EN Hz

Rellene las tabla siguientes:

Identificación de las curvas de fase con sus correspondientes ganancias de lazo

CURVA	————	---------	●●●●●●	XXXXXXXX
T_{iNC} (¿?)				

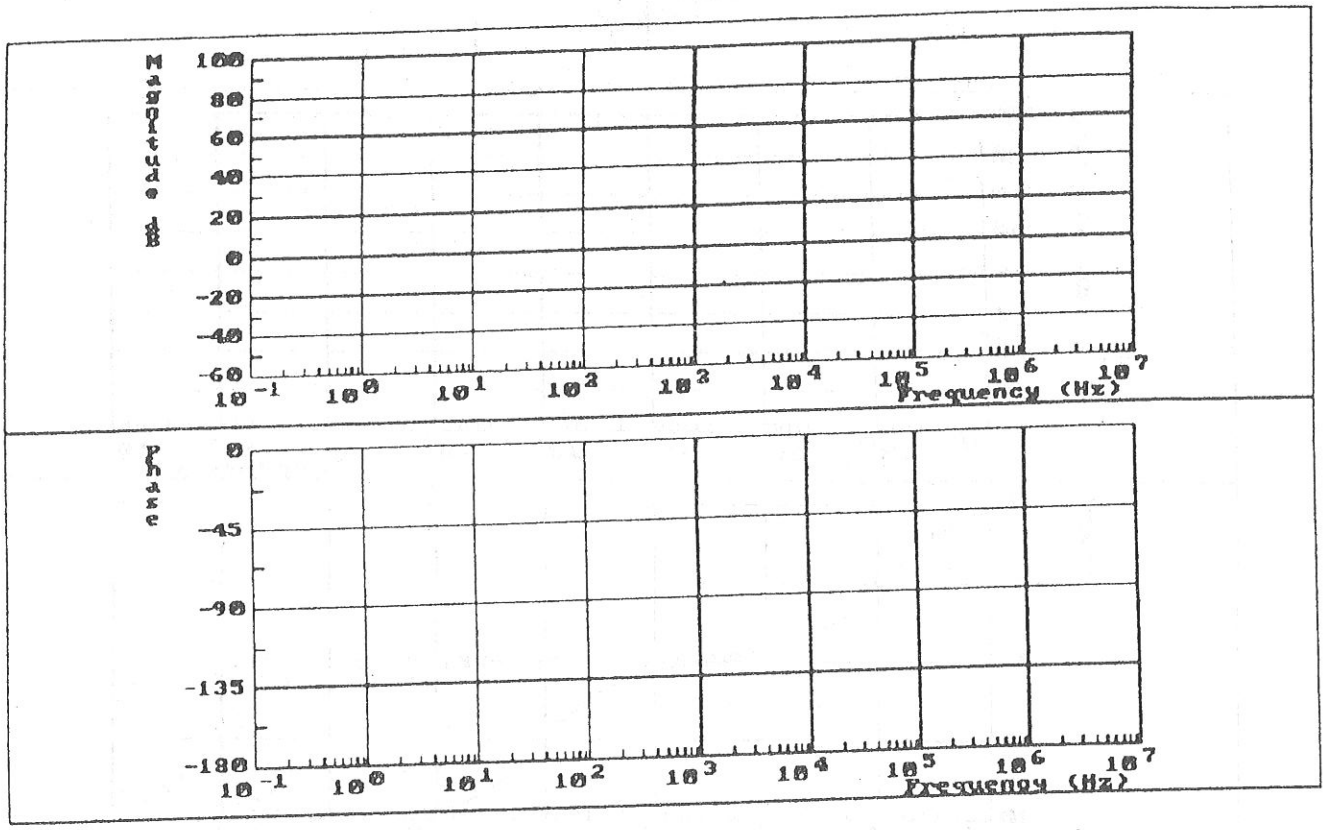
Frecuencias de corte y márgenes de fase

GAN.LAZO	T_{1NC}	T_{2NC}	T_{3NC}	T_{4NC}
F.CORTE(Hz)				
M.FASE(grados)				

APELLIDOS:

NOMBRE:

SISTEMA <u>COMPENSADO</u>



ATENCION:UNIDADES DE LOS EJES DE ABCISAS EN Hz

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Especialitat: Curs: Grup:

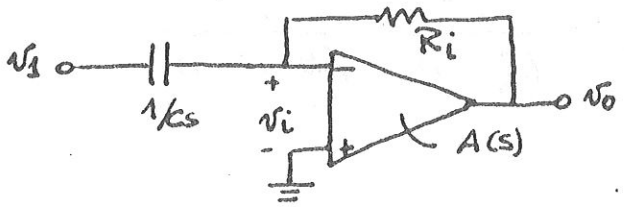
Assignatura: Data: / / 199

Junio 94 - 2do Parcial - SOLUCIONES

Problema 1:

1. Ganancias de lazo del sistema no compensado

El circuito puede resumirse a:



$i = 1, 2, 3, 4$

$$\frac{v_o}{v_i} = -A(s)$$

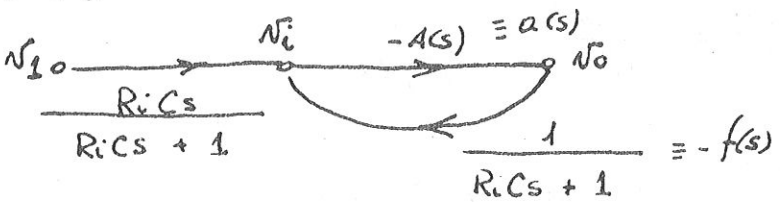
Las ecuaciones que describen al circuito son:

$$\begin{cases} v_o = -A(s)\, v_i & (1) \\ (v_1 - v_i)Cs = \dfrac{(v_i - v_o)}{R_i} & (2) \end{cases}$$

(2) puede reescribirse como:

$$v_i = \frac{R_i C s}{R_i C s + 1} v_1 + \frac{1}{R_i C s + 1} v_o \qquad (3)$$

El flujograma se obtiene de las ec's (1) y (3):



Resultando una ganancia de lazo del sistema sin compensar:

$$\boxed{T_{i_{NC}}(s) = a(s) f(s) = \frac{A(s)}{R_i C s + 1}}$$

Luego, con $C = \frac{1}{2\pi} \cdot 10^{-9}$ F, las ganancias de lazo pedidas son:

1.-) $T_{1NC}(s)$ $(R_1 = 1K\Omega)$

$$T_{1NC}(s) = \frac{A(s)}{R_1 C s + 1} = \frac{10^5}{\left(\frac{s}{2\pi} + 1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{10^{-6} s}{2\pi} + 1\right)}$$

2.-) $T_{2NC}(s)$ $(R_2 = 10K\Omega)$

$$T_{2NC}(s) = \frac{A(s)}{R_2 C s + 1} = \frac{10^5}{\left(\frac{s}{2\pi} + 1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{10^{-5} s}{2\pi} + 1\right)}$$

3.-) $T_{3NC}(s)$ $(R_3 = 100K\Omega)$

$$T_{3NC}(s) = \frac{A(s)}{R_3 C s + 1} = \frac{10^5}{\left(\frac{s}{2\pi} + 1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{10^{-4} s}{2\pi} + 1\right)}$$

4.-) $T_{4NC}(s)$ $(R_4 = 1M\Omega)$

$$T_{4NC}(s) = \frac{A(s)}{R_4 C s + 1} = \frac{10^5}{\left(\frac{s}{2\pi} + 1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{10^{-3} s}{2\pi} + 1\right)}$$

1.2) Diagramas de Bode de T_{1NC}, T_{2NC}, T_{3NC}, T_{4NC}

Al estar las unidades de los ejes de abcisas en Hz, resulta más cómodo sustituir s por $2\pi j f$, resultando así:

$$T_{1NC}(2\pi j f) = \frac{10^5}{(jf + 1)} \cdot \frac{1}{(10^{-6} jf + 1)}$$

$$T_{2NC}(2\pi j f) = \frac{10^5}{(jf + 1)} \cdot \frac{1}{(10^{-5} jf + 1)}$$

$$T_{3NC}(2\pi j f) = \frac{10^5}{(jf + 1)} \cdot \frac{1}{(10^{-4} jf + 1)}$$

$$T_{4NC}(2\pi j f) = \frac{10^5}{(jf + 1)} \cdot \frac{1}{(10^{-3} jf + 1)}$$

cuyo trazado de Bode puede verse en la hoja "SISTEMA NO COMPENSADO", así como la identificación de las curvas de fase.

1.3) Frecuencias de cruce por 0dB

a) Determinación gráfica para T_{1NC}, T_{2NC} y T_{4NC}:

Dada la sencillez de trazado de los diagramas de Bode asintóticos de estas ganancias de lazo, las frecuencias de cruce por 0dB pueden determinarse gráficamente en este caso, resultando:

$T_{1NC} \longrightarrow f_{01} = 100\,KHz$

$T_{2NC} \longrightarrow f_{02} = 100\,KHz$

$T_{4NC} \longrightarrow f_{04} = 10\,KHz$

b) Determinación analítica para T_{3NC}:

Para esta ganancia de lazo, según su diagrama asintótico de Bode la ecuación de la recta que cruza el eje de 0dB verificará, a la frecuencia de cruce por 0dB, f_{03}:

$$0 - 20 = -40 \log \frac{f_{03}}{10\,KHz}$$

por tanto

$$\boxed{f_{03} = 31622{,}7\ Hz.}$$

1.4) Márgenes de fase:

a) Determinación gráfica para T_{1NC} y T_{2C}

Según el diagrama de Bode adjunto:

$\measuredangle T_{1NC}(2\pi j\, 100KHz) \simeq -90^\circ \Rightarrow MF_{01} = +180^\circ + \measuredangle T_{1NC} \simeq +90^\circ$

$\measuredangle T_{2NC}(2\pi j \cdot 100KHz) \simeq -135^\circ \Rightarrow MF_{02} = +180^\circ + \measuredangle T_{2NC} = +45^\circ$

b) Determinación analítica para T_{3NC} y T_{4NC}

En general, se cumple:

$$MF_{0\,3,4} = +180^{\circ} + \measuredangle T_{3,4NC}(2\pi j f_{0\,3,4})$$

Por tanto deben estimarse $\measuredangle T_{3NC}$ y $\measuredangle T_{4NC}$ a sus respectivas frecuenci de cruce por 0dB:

A) $$\measuredangle T_{3NC}(2\pi j f_{03}) = \measuredangle \left\{ \frac{10^5}{(j f_{03}+1)} \cdot \frac{1}{(10^{-4} j f_{03}+1)} \right\} = -tg^{-1} f_{03} - tg^{-1} 10^{-4} f_{03}$$

donde $f_{03} = 31622{,}7\ Hz$, luego

$$\measuredangle T_{3NC} = -tg^{-1} 31622{,}7 - tg^{-1} 31622{,}7 \cdot 10^{-4} = -89{,}99 - 72{,}45 = -162{,}44^{\circ}$$

luego:

$$\boxed{MF_{03} = +180 - 162{,}44 = +17{,}56^{\circ}}$$

B) $$\measuredangle T_{4NC}(2\pi j f_{04}) = \measuredangle \left\{ \frac{10^5}{(j f_{04}+1)} \cdot \frac{1}{(10^{-3} j f+1)} \right\} = -tg^{-1} f_{04} - tg^{-1} 10^{-3} f_{04}$$

donde $f_{04} = 10\,KHz$, por tanto

$$\measuredangle T_{4NC} = -tg^{-1} 10\,KHz - tg^{-1} 10 = -89{,}99^{\circ} - 84{,}28^{\circ} = -174{,}27^{\circ}$$

luego

$$\boxed{MF_{04} = +180^{\circ} - 174{,}27^{\circ} = 5^{\circ}{,}72}$$

1,5) Conjunto de resistencias que no cumplen los requisitos de margen de fas

Obviamente, son aquellas que corresponden a las ganancias de lazo T_{3NC} y T_{4NC}, es decir

$$\boxed{R_3 = 100K\Omega\ ;\ R_4 = 1M\Omega}$$

2. Compensación del sistema

2.1 Determinación de la ganancia de lazo a compensar

La compensación propuesta es en retardo de fase, afectando al sistema según la ecuación

$$T_{iC}(s) = T_{iNC}(s) \cdot H_r(s) \qquad i = 1, 2, 3, 4$$

donde:

$$H_r(s) = \frac{\frac{s}{z_r} + 1}{\frac{s}{p_r} + 1} \qquad \text{con} \quad |p_r| < |z_r|$$

Para decidir cual de las ganancias de lazo se compensará de forma que el resto cumplan asimismo los requerimientos de margen de fase, debe recordarse el principio de la compensación en retardo de fase, a saber:

Dada una ganancia de lazo T_{iNC}:

1) Se determina gráficamente la frecuencia f'_{0i}, a la cual se obtiene el margen de fase deseado, MF_d, es decir:

$$MF_d = -180^\circ + \measuredangle T_{iNC}(2\pi j f'_{0i})$$

f'_{0i} será la nueva frecuencia de corte de la ganancia de lazo compensada, T_{iC}. Esta frecuencia es MENOR que la frecuencia de cruce por 0dB, del sistema sin compensar:

$$f'_{0i} < f_{0i}$$

2) El cero z_r de la red de retardo se ubica del orden de una década por debajo de la nueva frecuencia de corte, es decir:

$$z_r \simeq \frac{2\pi f'_{0i}}{10}$$

Se garantiza así que la fase de la red de retardo en la nueva frecuencia de corte es prácticamente NULA

3) Se determina la atenuación necesaria que debe aportar la red de retardo forma que f'oi sea la nueva frecuencia de cruce por 0dB, luego:

$$|T_{4NC}(2\pi j f'_{oi})|_{dB} + |H_r(2\pi j f'_{oi})|_{dB} = 0\,dB$$

$$\Longleftrightarrow \qquad 20\log\frac{R_r}{Z_r} = -|T(2\pi j f'_{oi})|_{dB}.$$

De todo lo anterior resulta que:

1- T_{1NC} y T_{2NC} ya cumplen las especificaciones de margen de fase y no necesitan ser compensadas

2- Si se compensa T_{3NC} ó T_{4NC}, el margen de fase de T_{1NC} y T_{2NC} MEJORA, puesto que su curva de fase no se ve afectada por la red $H_r(s)$, mientras que disminuye su nueva frecuencia de corte.

3- Dado que $H_r(s)$ no modifica las curvas de fase en las ~~nos~~ zona de nuevas frecuencias de corte, debe compensarse aquella ganancia de lazo que presente PEOR margen de fase, es decir T_{4NC}. En cualquier caso T_{3NC} cumplirá las especificaciones de margen de fase, dado que la atenuación impuesta al compensar T_{4NC} es MENOR que la necesaria para compensar T_{3NC}, y por tanto $\measuredangle T_{3NC} > -135º$

Se compensa pues T_{4NC} en retardo de fase, para obtener un margen de fase de 45º según el principio expuesto en este apartado:

1- Nueva frecuencia de transición f'_{o4}.

Según el diagrama de Bode:

$$MF_d = 135º = +180º + \measuredangle T_{4NC}(2\pi j f'_{o4}) \Longrightarrow \boxed{f'_{o4} = 1KHz}$$

2- Cero de la red de compensación: f_z ($f'_z = z_R/2\pi$)

$$\boxed{f'_z = \frac{f'_{o4}}{10} = 100\,Hz}$$

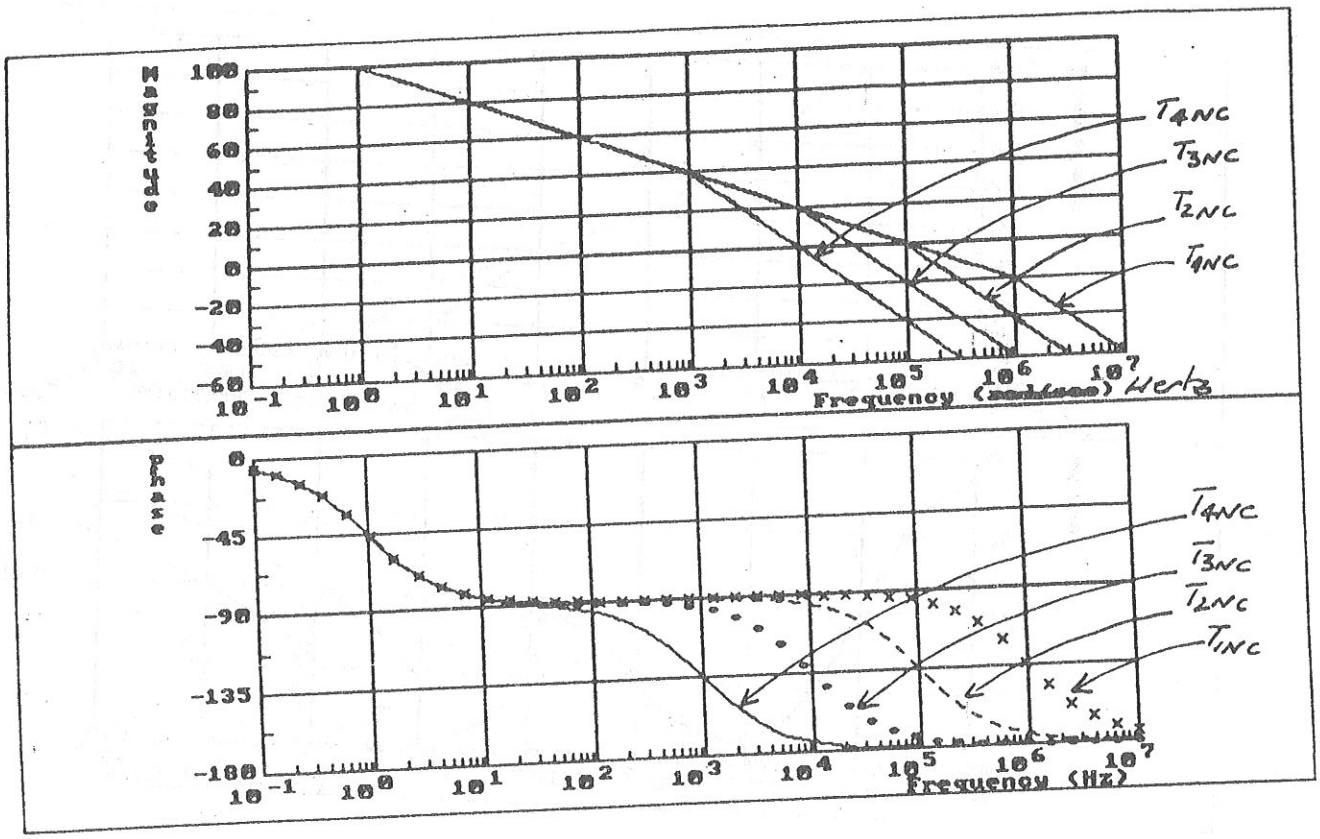
3- Polo de la red de compensación f_p ($= z_{Pr}/2\pi$)

$$20\log\frac{f_p}{f_z} = -|T(2\pi j f'_{o4})|_{dB} = -40dB \quad \text{(según diagrama de}$$

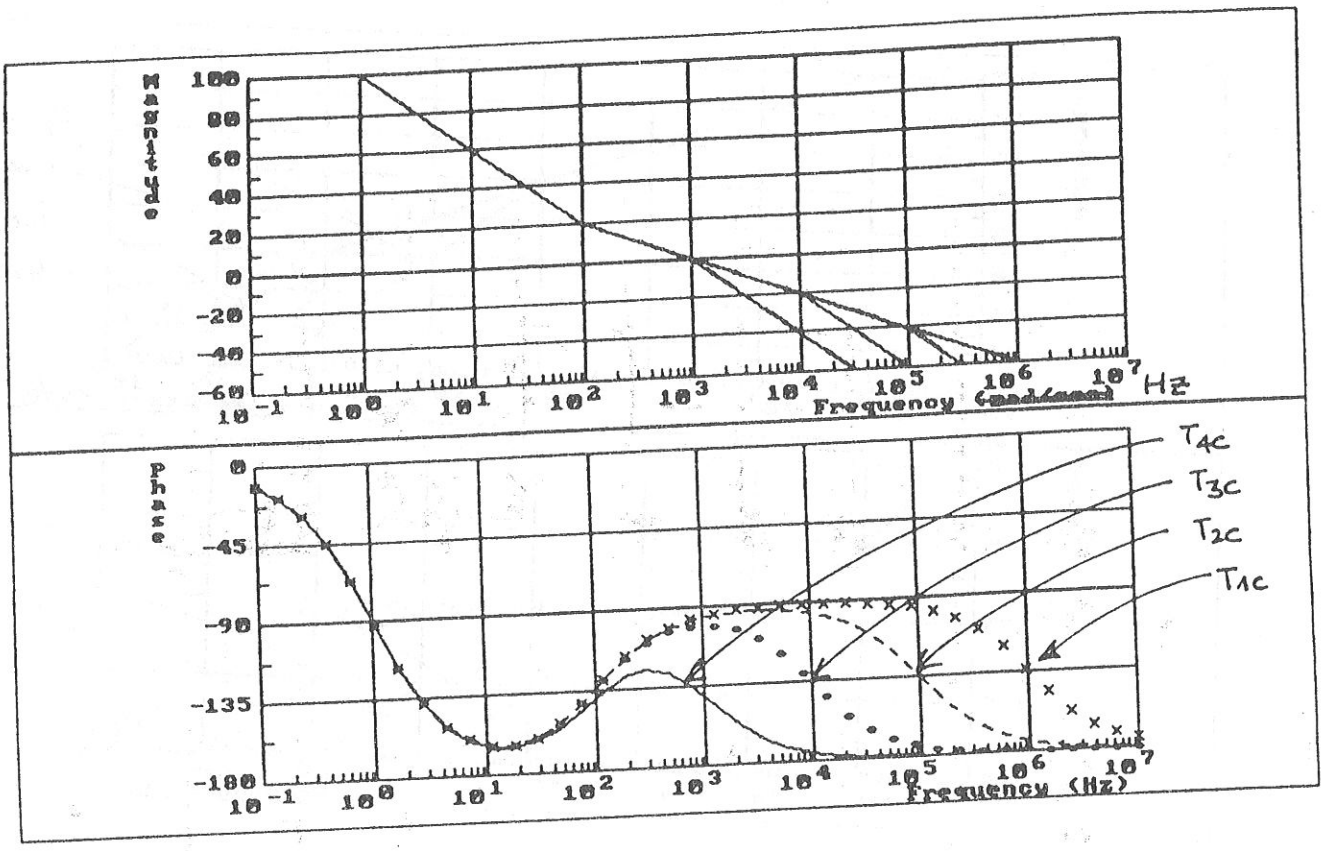
$$\Longrightarrow \boxed{f_p = 1Hz}$$

La red de compensación es pués $H_r(s) = \dfrac{\frac{s}{2\pi\cdot 100}+1}{\frac{s}{2\pi}+1}$. El diagrama de Bode las ganancias compensadas puede verse en la hoja "SISTEMA COMPENSAD

"SISTEMA NO COMPENSADO"



"SISTEMA COMPENSADO"



PROBLEMA 2:

Analice el circuito de la figura siguiendo las pautas que a continuación se detallan:

1) Encuentre las ganancias de las ramas del flujograma que se muestra en la figura, para ello resuelva los siguientes subapartados:

a) Resuelva las ecuaciones de los nodos A y B.

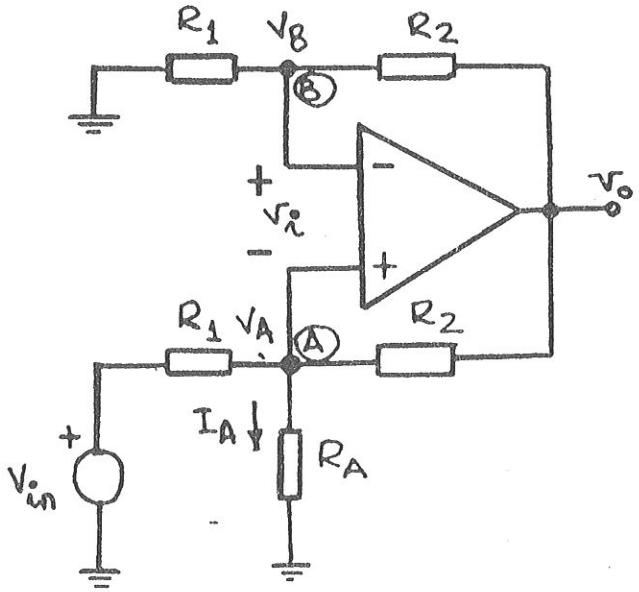
b) Utilizando las expresiones obtenidas en el apartado a), deduzca una expresión para Vi en función de Vo y Vin.

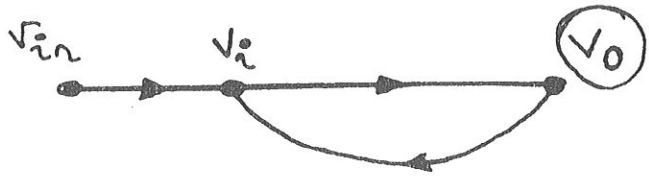
c) Considerando que $\frac{Vo(s)}{Vi(s)} = -A_1(s) = -\frac{A_0 w_c}{s + w_c}$, dibuje el flujograma indicando las ganancias de cada una de las ramas.

2) Dibuje el lugar geométrico de las raices, ¿se trata de un circuito estable?.

3) Analice la estabilidad del circuito si se intercambian los signos del amplificador operacional utilizando la técnica del lugar geométrico de las raices. ¿ Cuál es la relación que debe cumplirse para que el circuito sea estable?. Coméntela.

4) Considere que $A_1(s)$ tiende a infinito. Deduzca I_A en función de Vin . ¿Cuál es la función que realiza este circuito?.

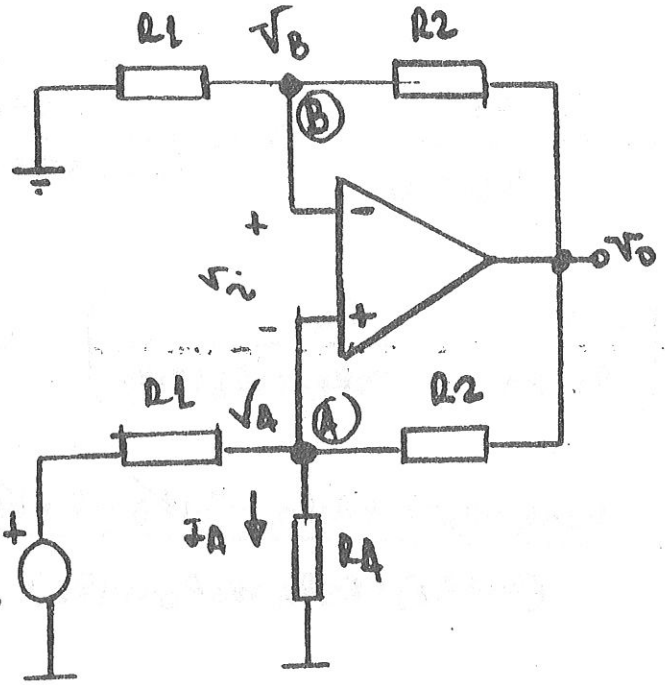




TIEMPO: 50 min

PUNTOS: 3 p.

1)



a) Ecuaciones de los nodos A y B

$$-\frac{v_B}{R_1} = \frac{v_B - v_o}{R_2} \quad (1) \text{ (ecuación del nodo B)}$$

$$\frac{v_{in} - v_A}{R_1} + \frac{v_o - v_A}{R_2} = \frac{v_A}{R_A} \quad (2) \text{ (ecuación del nodo A)}$$

b) $v_i = f[v_o, v_{in}]$

De la ecuación (1) se deriva:

$$v_B = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

De la expresión (2) deviene:

$$\frac{v_{in}}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} = v_A \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_A}\right] = v_A \frac{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_A}$$

obteniéndose:

$$v_A = v_{in} \frac{R_2 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2} + v_o \frac{R_1 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2} \quad (4)$$

por otro lado:

$$v_i = v_B - v_A \quad (5)$$

sustituyendo (3) y (4) en (5) se tiene:

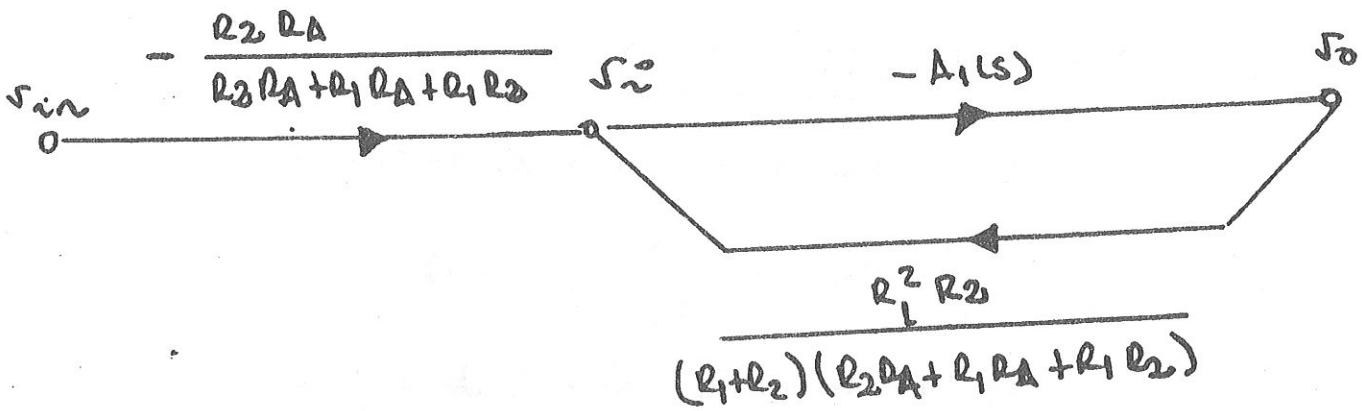
$$v_i = v_B - v_A = v_o \frac{R_1}{R_1+R_2} - v_{in} \frac{R_2 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2} - v_o \frac{R_1 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1}$$

$$v_i = v_o R_1 \left[\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2} \right] - v_{in} \frac{R_2 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2}$$

$$= v_o R_1 \frac{\cancel{R_2 R_A} + \cancel{R_1 R_A} + R_1 R_2 - \cancel{R_1 R_A} - \cancel{R_2 R_A}}{(R_1+R_2)(R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2)} - v_{in} \frac{R_2 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2}$$

$$v_i = v_o \frac{R_1^2 R_2}{(R_1+R_2)(R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2)} - v_{in} \frac{R_2 R_A}{R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2}$$

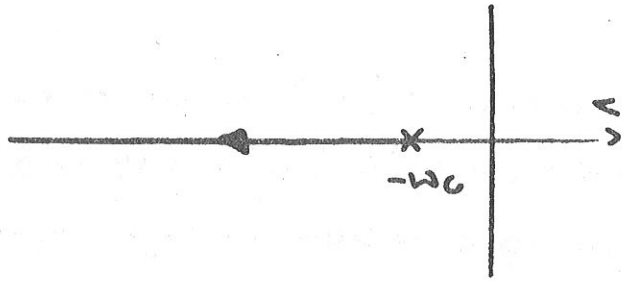
c) <u>Flujograma.</u>



2) Lugar geométrico de las raíces. Estudio de estabilidad

$$T(s) = A_1(s) \frac{R_1^2 R_2}{(R_1+R_2)(R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2)} =$$

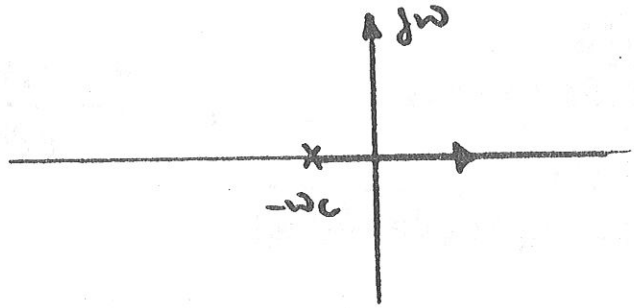
$$= \underbrace{\frac{A_0 \omega_c R_1^2 R_2}{(R_1+R_2)(R_2 R_A + R_1 R_A + R_1 R_2)}}_{K} \frac{1}{s+\omega_c} = K \frac{1}{s+\omega_c}$$



se trata de un circuito estable.

3) Si se intercambian los signos del A.O. la ganancia del lazo es:

$$T(s) = -K \frac{1}{s+\omega_c}$$



$$T(s)+1=0$$

$$1 - K\frac{1}{s+\omega_c} = 0$$

$$s+\omega_c-K=0$$

para que el circuito sea estable las raíces de la ecuación característica deben estar ubicadas en el semiplano izquierdo.

$$\omega_c - K \geq 0$$

$$\omega_c \geq K$$

$$\omega_c \geq \frac{A_0 \omega_c R_1^2 R_2}{(R_1+R_2)(R_2R_0+R_1R_0+R_1R_2)}$$

$$\frac{(R_1+R_2)(R_2R_0+R_1R_0+R_1R_2)}{R_1^2 R_2} \geq A_0$$

condición que nunca (difícilmente se cumplirá) ya que A_0 es la ganancia a baja frecuencia de un A.O. ($\geq 10^5$) y es siempre mucho mayor que el cociente de resistencias

4) $F_A = f[v_{in}]$ si $A_1(s) \to \infty$

$$\frac{v_o}{v_{in}} = \frac{A_1(s)\dfrac{R_2 R_A}{R_2R_A + R_1R_A + R_1R_2}}{1 + A_1(s)\dfrac{R_1^2 R_2}{(R_1+R_2)(R_2R_A+R_1R_A+R_1R_2)}} \overset{A_1(s)\to\infty}{\simeq}$$

$$\simeq \frac{\dfrac{\cancel{R_2}R_A}{\cancel{R_2R_A+R_1R_A+R_1R_2}}}{\dfrac{R_1^2\cancel{R_2}}{(R_1+R_2)\cancel{(R_2R_A+R_1R_A+R_1R_2)}}} = \frac{R_A(R_1+R_2)}{R_1^2}$$

ya que $A_1(s) \to \infty$ puede aplicarse cortocircuito virtual a la entrada del A.O, por tanto:

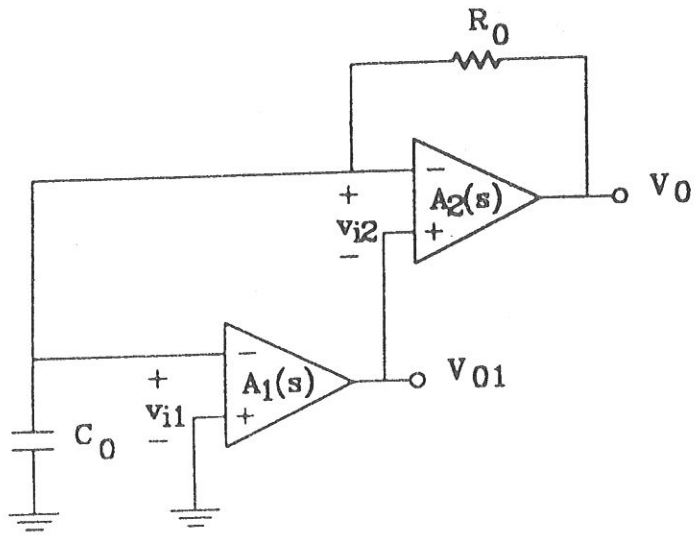
$$v_A = v_g = v_o \frac{R_1}{R_1+R_2} = v_{in}\frac{R_A(\cancel{R_1+R_2})}{R_1^{\cancel{2}}}\frac{\cancel{R_1}}{\cancel{R_1+R_2}} = v_{in}\frac{R_A}{R_1}$$

$$i_A = \frac{v_A}{R_A} = \frac{v_{in}}{R_1}$$

se trata por tanto de una fuente de corriente controlada por tensión.

Problema 3:

Dado el oscilador de la figura:



donde $\frac{v_{01}}{v_{i1}} = -A_1(s); \frac{v_{02}}{v_{i2}} = -A_2(s)$

1- Considerando v_0 la salida del circuito, obtenga su flujograma y su ganancia de lazo en función de $A_1(s), A_2(s), R_0, C_0$.

2- Demuestre que si ambas ganancias en lazo abierto de los A.O son constantes, es decir:

$$A_1(s) = A_{10}; A_2(s) = A_{20}$$

el circuito anterior no puede oscilar.

3- Considere que se caracteriza la ganancia en lazo abierto de los A.O por un polo dominante en el origen, es decir:

$$A_1(s) \approx \frac{\omega_{t1}}{s}; A_2(s) \approx \frac{\omega_{t2}}{s}$$

Demuestre que, en este caso, el circuito puede oscilar, deduciendo la condición y frecuencia de oscilación.

Tiempo: 50mn **Puntos:** 3,5

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRÚ

Full d'examen núm. Feb 94 osc. 1

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

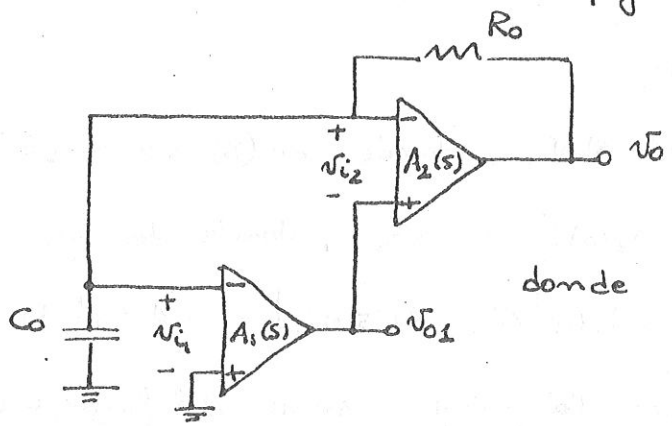
Especialitat: | Curs: | Grup:

Assignatura: ELECTRONICA APLICACIONES | Data: / / 199

Problema 3 : FEBRERO 1994 ENUNCIADOS y SOLUCIONES

1 Problema OSCILADORES

Dado el oscilador de la figura



donde $\frac{v_{o1}}{v_{i_1}} = -A_1(s)$ $\frac{v_o}{v_{i_2}} = -A_2(s)$

1- Considerando v_o la salida del circuito, obtenga el su flujograma y su ganancia de lazo en función de $A_1(s)$, $A_2(s)$ Ro Co

2- Demuestre que si ~~[illegible]~~ ganancias en lazo abierto de los A.O. ~~[illegible]~~ son constantes (es decir $A_1(s) = A_{o1}$, $A_2(s) = A_{o2}$) el circuito anterior no puede oscilar.

3- Considere que se caracteriza la ganancia en lazo abierto de los A.O por un polo dominante en el origen, es decir:

$$A_1(s) \simeq \frac{\omega_{t1}}{s} \qquad A_2(s) \simeq \frac{\omega_{t2}}{s}$$

Demuestre que, en este caso el circuito puede oscilar, deduciendo la condición de oscilación y la frecuencia de oscilación.

Tiempo: 40mn Puntos:

SOLUCION 8

1 - Flujograma y ganancia de lazo:

Considerando v_{i1} y v_o los nodos de entrada y salida respectivamente del flujograma, las ecuaciones del circuito son:

$$\begin{cases} v_{o1} = -A_1(s)\, v_{i1} & (1) \\ v_o = -A_2(s)\, v_{i2} & (2) \\ v_{i1} = v_{o1} + v_{i2} & (3) \\ -v_{i1} C_o s = \dfrac{v_{i1} - v_o}{R_o} & (4) \end{cases}$$

a) Relación $v_o = f(v_{i1})$

de (2) $\Rightarrow$ $v_o = -A_2(s)\, v_{i2}$, donde de (3) $\Rightarrow$ $v_{i2} = v_{i1} - v_{o1}$

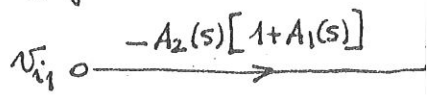
luego:

$v_o = -A_2(s)\left[v_{i1} - v_{o1}\right]$, donde de (1). $v_{o1} = -A_1(s)\, v_{i1}$

finalmente $v_o = -A_2(s)\left[v_{i1} + A_1(s)\, v_{i1}\right] = -A_2(s)\left[1 + A_1(s)\right] v_{i1}$

$\Rightarrow$ Se obtiene la primera rama del flujograma:

$$\boxed{v_o = -A_2(s)\left[1 + A_1(s)\right] v_{i1}}$$

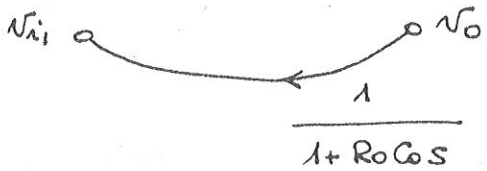


b) Relación $v_{i1} = f(v_o)$

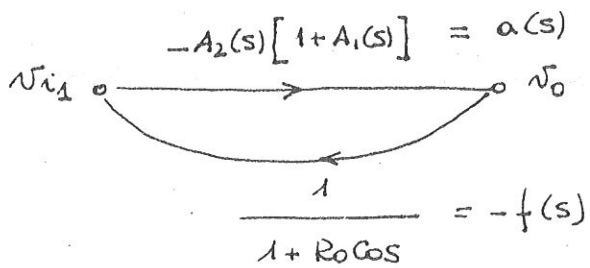
Se obtiene directamente de (4):

$$-v_{i1} C_o s = \frac{v_{i1} - v_o}{R_o} \iff v_{i1}(1 + R_o C_o s) = v_o \text{, es decir}$$

$$\boxed{v_{i1} = \frac{v_o}{1 + R_o C_o s}}$$



El flujograma del circuito es, por tanto:



La ganancia de lazo es por tanto:

$$\boxed{T(s) = a(s)\, f(s) = \frac{A_2(s)\left[1 + A_1(s)\right]}{1 + R_o C_o s}}$$

UPC

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Feb 94 osc.

ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA
VILANOVA I LA GELTRU

Full d'examen núm. 2

1r. Cognom | 2n. Cognom | Nom | D.N.I.

Especialitat: Curs: Grup:

Assignatura: Data: / / 199

2- $A_1(s) = A_{01}$, $A_2(s) = A_{02}$:

Para que el circuito oscile, la ecuación característica

$$1 + T(s) = 0$$

debe tener raices en $s = j\omega$. En este caso:

$$1 + T(s) = 0 \iff 1 + \frac{A_2(s)\left[1 + A_1(s)\right]}{1 + R_o C_o s} = 0 \text{ , es decir}$$

$$1 + \frac{A_{02}(1 + A_{01})}{1 + R_o C_o s} = 0 \iff$$

$$R_o C_o s + A_{02}(1 + A_{01}) + 1 = 0$$

ecuación que solo tiene una raiz real en $s = -\frac{1}{R_o C_o}\left\{A_{02}(1 + A_{01}) + 1\right.$

$\Rightarrow$ el circuito no puede oscilar.

3- $A_1(s) = \frac{\omega t_1}{s}$, $A_{02} = \frac{\omega t_2}{s}$

La ecuación característica es ahora:

$$1 + T(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{\frac{\omega t_2}{s}\left\{1 + \frac{\omega t_1}{s}\right\}}{1 + R_o C_o s} = 0 \text{ , es decir}$$

$$R_o C_o s + 1 + \frac{\omega t_2}{s}\left\{1 + \frac{\omega t_1}{s}\right\} = 0 \Rightarrow$$

$$R_o C_o s + 1 + \frac{\omega t_2}{s} + \frac{\omega t_1 \omega t_2}{s^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{R_o C_o s^3 + s^2 + \omega t_2 s + \omega t_1 \omega t_2 = 0}$$

Si esta ecuación tiene raices en $s = j\omega$, entonces

$$-j\omega^3 R_o C_o - \omega^2 + j\omega\omega t_2 + \omega t_1 \omega t_2 = 0 \text{ , es decir}$$

$$-\omega^2 + \omega t_1 \omega t_2 + j\omega\left\{-R_o C_o \omega^2 + \omega t_2\right\} = 0$$

Igualando las partes real e imaginaria a cero se obtiene:

$$\begin{cases} -\omega^2 + \omega t_1 \omega t_2 = 0 & (1) \\ \omega\left\{-R_o C_o \omega^2 + \omega t_2\right\} = 0 & (2) \end{cases}$$

(ecuaciones simultáneas)

de (1) deducimos la frecuencia de oscilación, es decir:

$$\boxed{\omega_{os} = \sqrt{\omega t_1 \omega t_2}}$$

de (2) se deduce la condición de oscilación, a saber

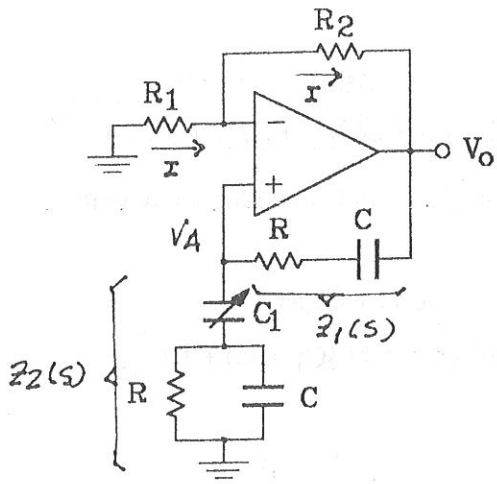
$$\omega\left\{-R_o C_o \omega^2 + \omega t_2\right\} = 0 \iff -R_o C_o \omega^2 + \omega t_2 = 0 \text{ , donde}$$

$\omega = \omega_{os}$, por tanto

$$-R_o C_o \omega t_1 \omega t_2 + \omega t_2 = 0 \iff$$

$$\omega t_2\left\{1 - R_o C_o \omega t_1\right\} = 0 \implies \boxed{R_o C_o \omega t_1 = 1}$$

PROBLEMA 2.-



1) Flujograma y ganancia de lazo.

$$I = -\frac{V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_o}{R_2} \qquad (1)$$

de la ecuación (1) se desprende: $V_o = V_A\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$ (2)

por otro lado: $V_A(s) = V_o(s)\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)}$ (3)

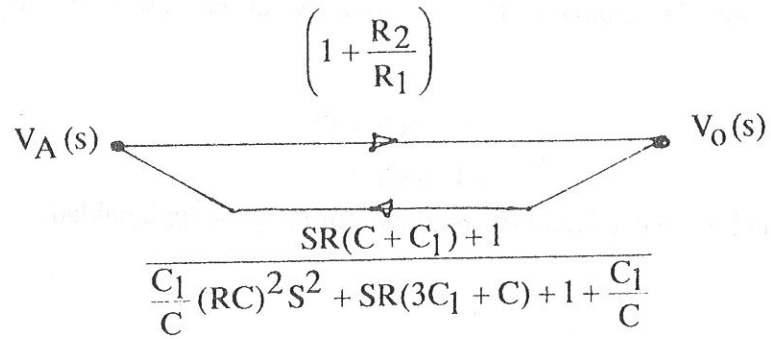
siendo: $Z_1(s) = R + \frac{1}{CS} = \frac{RCS+1}{CS}$ (4)

$$Z_2(s) = \frac{1}{C_1S} + \frac{R}{1+RCS} = \frac{SR(C+C_1)+1}{C_1S(RCS+1)} \qquad (5)$$

sustituyendo (4) y (5) en (3) deviene:

$$V_A(s) = V_o(s)\frac{SR(C+C_1)+1}{\frac{C_1}{C}(RC)^2S^2 + SR(3C_1+C)+1+\frac{C_1}{C}} \qquad (6)$$

Las expresiones (2) y (6) permiten describir el comportamiento lineal de este oscilador mediante el siguiente flujograma:



por consiguiente la ganancia de lazo será:

$$T(s) = -\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) \frac{SR(C+C_1)+1}{\frac{C_1}{C}(RC)^2S^2 + SR(3C_1+C)+1+\frac{C_1}{C}}$$

La ecuación característica del oscilador viene expresada por:

$$1+T(s) = 1-K \frac{SR(C+C_1)+1}{\frac{C_1}{C}(RC)^2S^2 + SR(3C_1+C)+1+\frac{C_1}{C}} \qquad (7)$$

siendo: $K=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$

2) Frecuencia y condición de oscilación.

Las raices de la ecuación característica se encuentran resolviendo la siguiente ecuación:

$$1+T(s)=0 \qquad (8)$$

De (7) y (8) se desprende:

$$\frac{C_1}{C}(RC)^2S^2 + SR\left(C+3C_1-K(C+C_1)\right)+1+\frac{C_1}{C}-K=0 \qquad (9)$$

Si el coeficiente del término en s es nulo el sistema puede presentar dos polos sobre el eje imaginario:

$$C+3C_1-K(C+C_1)=0 \qquad (10)$$

resolviendo (10) se obtiene:

$$K=\frac{C+3C_1}{C+C_1} \qquad (11)$$

en este caso las raices de la ecuación característica son imaginarias y de valor igual a $s = jw_o$, por consiguiente la ecuación característica toma la forma:

$$-\frac{C_1}{C}(RC)^2 w_o^2 + 1 + \frac{C_1}{C} - \frac{C+3C_1}{C+C_1} = 0 \qquad (12)$$

Resolviendo la ecuación (12) se deduce la expresión de la frecuencia de resonancia.

$$w_o = \frac{1}{RC}\sqrt{\frac{C_1-C}{C_1+C}} \qquad (13)$$

La condición de oscilación viene dada por la siguiente igualdad:

$$K=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)=\frac{C+3C_1}{C+C_1} \qquad (14)$$

o de forma equivalente:

$$K=\frac{R_2}{R_1}=\frac{2C_1}{C+C_1} \qquad (15)$$

3) Margen de valores de C_1 para el cual el circuito se comporta como un oscilador.

La expresión de la frecuencia de resonancia toma valores reales solo sí:

$$C_1>C$$

4) Para C_1=2C encuentre la frecuencia y la condición de oscilación.

Utilizando las expresiones (13) y (15) en este caso particular se obtiene:

$$w_0=\frac{1}{\sqrt{3}RC} \qquad \frac{R_2}{R_1}=\frac{4}{3} \qquad (16)$$

5) Para C_1=2C , represente el lugar geométrico de las raices.

La ganancia de lazo para este caso particular tiene la siguiente forma:

$$T(s)=-K\frac{1+3RCS}{2(RC)^2S^2+7RCS+3}$$

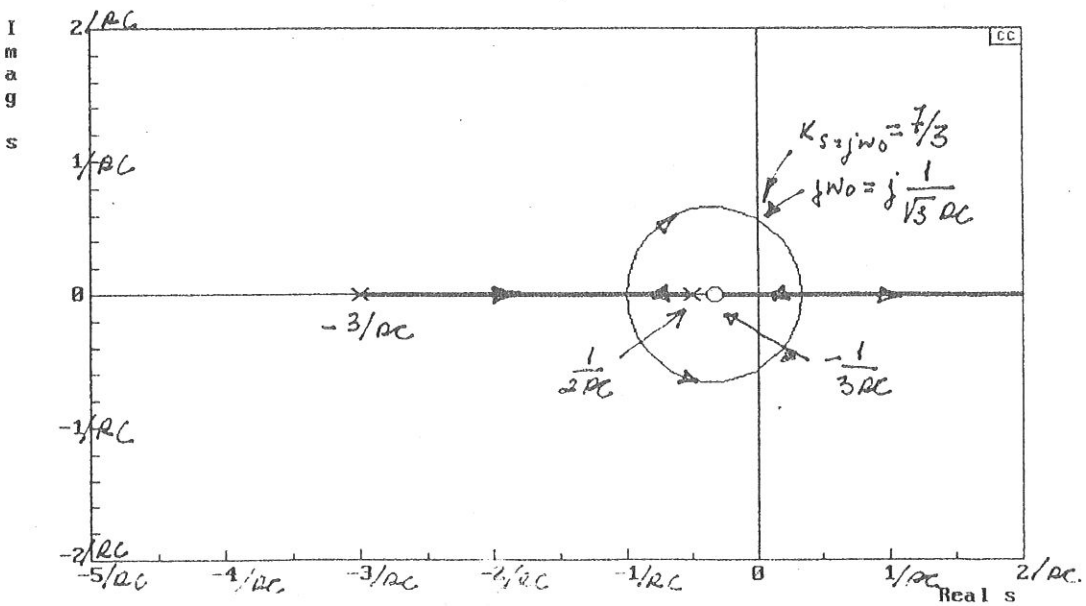
la anterior función presenta un zero y dos polos.

zero: $S=-\frac{1}{3RC}$

polos: $S=-\frac{1}{2RC}$ y $S=-\frac{3}{RC}$

además, del apartado 4 puede obtenerse la siguiente información adicional:

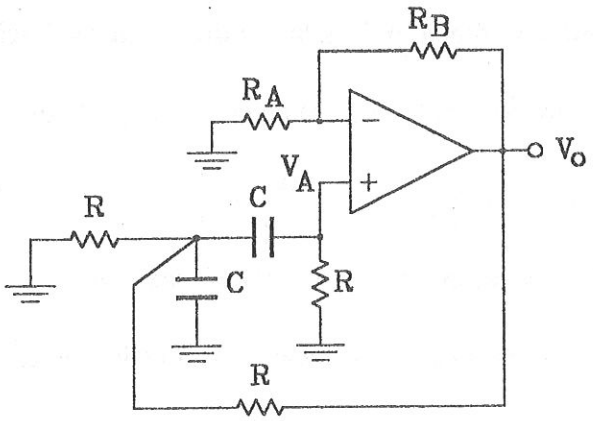
$$w_0=\frac{1}{\sqrt{3}RC} \qquad K\underset{s=jwo}{=}1+\frac{R_2}{R_1}=1+\frac{4}{3}=\frac{7}{3}$$



PROBLEMA 2.-

El esquema de la figura corresponde a un oscilador sinusoidal. Considerando que el amplificador operacional es ideal encuentre:

1) El flujograma de este circuito y su ganancia de lazo.
2) Deduzca la frecuencia de oscilación y la condición de oscilación.
3) Dibuje aproximadamente el lugar geométrico de las raices. Para ello calcule como mínimo los polos y ceros en lazo abierto, así como el punto de cruce del lugar geométrico de las raices con el eje imaginario.



PROBLEMA 2.-

El esquema de la figura corresponde a una modificación del oscilador en puente de Wien. Considerando que el amplificador operacional es ideal encuentre:

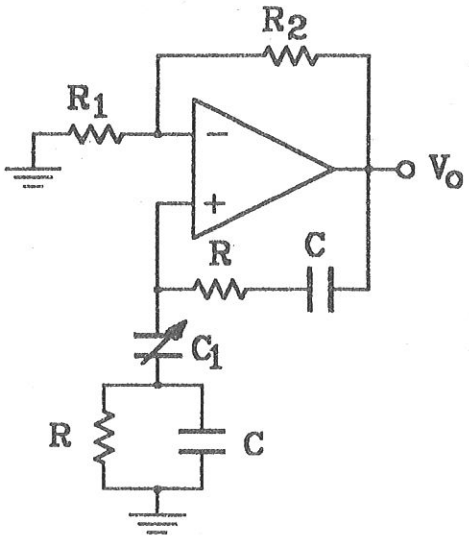
1) El flujograma de este circuito y su ganancia de lazo.

2) Deduzca la frecuencia de oscilación y la condición de oscilación.

3) ¿Para que margen de valores de C_1 el circuito se comporta como un oscilador?

4) Si $C_1 = 2C$, encuentre la frecuencia de oscilación y la condición de oscilación.

5) Para este último caso dibuje aproximadamente el lugar geométrico de las raices.



5p.
1 Hora

PROBLMA 2: SOLUCION

1) El flujograma de este circuito y su ganancia de lazo.

1.1) $Vo = f(V_A)$

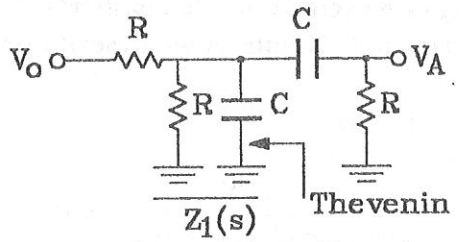
La corriente I que circula por las resistencias R_A y R_B, viene dada por la siguiente expresión:

$$I = -\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_A - V_o}{R_B} \qquad (1)$$

de la anterior igualdad se deduce:

$$V_o = V_A\left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \qquad (2)$$

1.2) $V_A = f(Vo)$



Resolviendo el circuito equivalente thevenin se deriva:

$$V_{TH} = Vo\frac{Z_1}{R + Z_1} \qquad (3) \qquad Z_1 = \frac{R}{1 + RCS} \qquad (4)$$

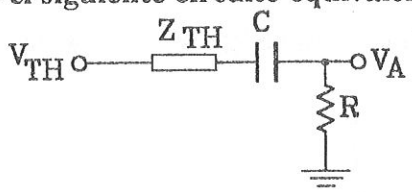
de las igualdades anteriores se encuentra:

$$V_{TH} = Vo\frac{1}{2 + RCS} \qquad (5)$$

y la impedancia thevenin es:

$$Z_{TH} = Z_1 \| R = \frac{R}{2 + RCS} \qquad (6)$$

deduciéndose el siguiente circuito equivalente:



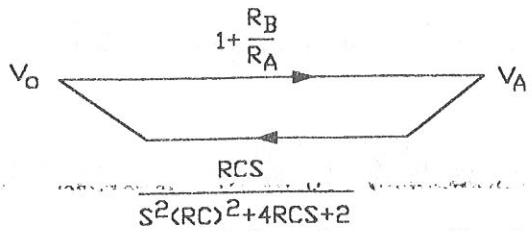
del análisis del circuito anterior y utilizando las expresiones (5) y (6) se deriva la siguiente expresión:

$$V_A = Vo\frac{1}{2 + RCS}\frac{R}{R + \frac{1}{CS} + \frac{R}{2 + RCS}} \qquad (7)$$

operando en (7) se obtiene:

$$V_A = Vo\frac{RCS}{S^2(RC)^2 + 4RCS + 2} \qquad (8)$$

Utilizando (2) y (8) puede dibujarse el siguiente flujograma del oscilador:



del flujograma anterior se obtiene la expresión de la ganancia de lazo del oscilador que viene expresada:

$$T(s) = -K\frac{RCS}{S^2(RC)^2 + 4RCS + 2} \qquad (9)$$

siendo:

$$K = (1 + \frac{R_B}{R_A}) \qquad (10)$$

2) Deduzca la frecuencia de oscilación y la condición de oscilación.

La ecuación característica del sistema viene descrita por la siguiente igualdad:

$$1+T(s) = 0 \qquad (11)$$

que en este caso toma la forma:

$$1 - K\frac{RCS}{S^2(RC)^2 + 4RCS + 2} = 0 \qquad (12)$$

de (12) se obtiene:

$$S^2(RC)^2 + RCS(4-K) + 2 = 0 \qquad (13)$$

la ecuación anterior presenta raices en el eje imaginario si:

$$K=4 \qquad (14)$$

en este caso las raices tendrán la forma $\pm jw_o$ y la ecuación (13) puede escribirse en este caso particular:

$$-w_o^2RC + 2 = 0 \qquad (15)$$

deduciéndose de aquí la frecuencia de oscilación w_o:

$$w_o = \frac{\sqrt{2}}{RC} \qquad (16)$$

la condición de oscilación se deduce igualando las ecuaciones (10) y (14), esto es:

$$4 = 1 + \frac{R_B}{R_A} \qquad (17)$$

o de forma alternativa:

$$\frac{R_B}{R_A} = 3 \qquad (18)$$

3) Dibuje aproximadamente el lugar geométrico de las raices. Para ello calcule como mínimo los polos y ceros en lazo abierto, así como el punto de cruce del lugar geométrico de las raices con el eje imaginario.

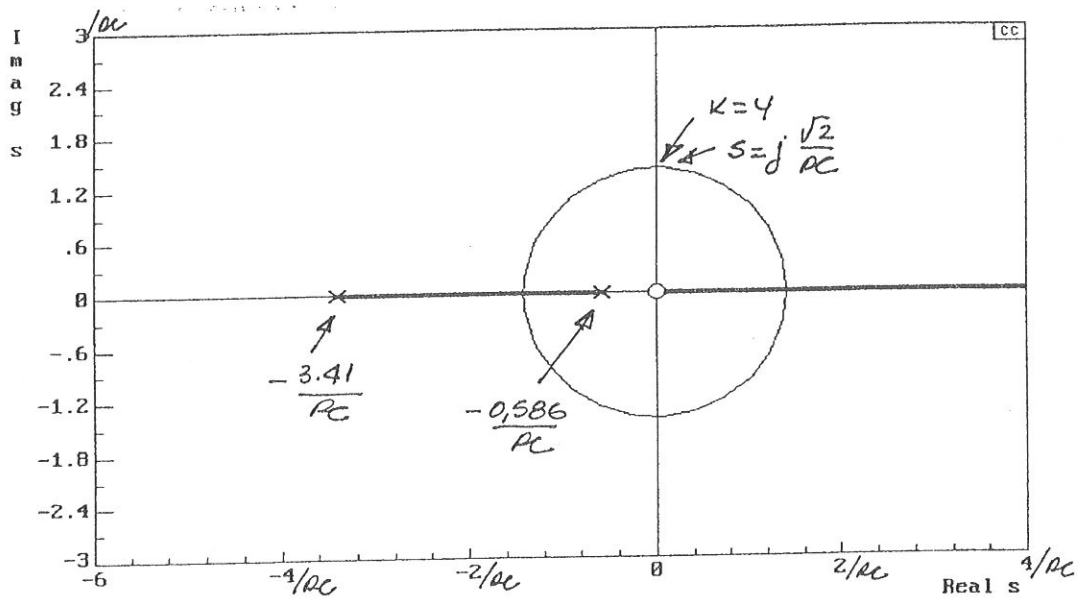
$$T(s) = -K\frac{RCS}{S^2(RC)^2 + 4RCS + 2} \qquad (19)$$

la ganancia de lazo presenta:

* un cero en el origen
* y dos polos reales que se encuentran resolviendo las raices del polinomio del denominador.

$$S_{1,2} = \frac{-4RC \pm \sqrt{16(RC)^2 - 8(RC)^2}}{2(RC)^2} = \frac{1}{RC}\left(-2 \pm \sqrt{2}\right)$$

$$S_1 = -\frac{0.586}{RC} \qquad \text{y} \qquad S_2 = -\frac{3.41}{RC}$$

las raices en el eje imaginario fueron calculadas previamente cuando se dedujo la frecuencia de oscilación.

$$\pm jw_o = \pm j\frac{\sqrt{2}}{RC}$$